# دراسة نظرية لانتقال الحرارة خلال فجوة حلقية متمركزة شاقولية

**د. مهند عبد الفتاح الظاهر**
**أستاذ مساعد**
**قسم الهندسة الميكانيكية**
**كلية الهندسة -جامعة الأنبار**

**منار صالح مهدي**
**طالبة ماجستير**
**قسم الهندسة الميكانيكية**
**كلية الهندسة -جامعة تكريت**

**الخلاصة**

يتضمن البحث دراسة نظرية لانتقال الحرارة خلال فجوة حلقية شاقولية حيث تكون درجة حرارة الاسطوانة الداخلية ثابتة وأعلى من درجة حرارة الاسطوانة الخارجية والتي تكون ثابتة أيضا. استخدم الهواء كمائع يملأ الفجوة، وتراوح عدد رالي بين (71) و($5\times10^4$) باستخدام نسب القطرين (1.7 و2.0 و2.3). استخدمت طريقة (ADI) لحل المعادلات الحاكمة عددياً، إذ تم تحويل هذه المعادلات بدلالة الدوامية -دالة الجريان ثم حولت إلى معادلات جبرية باستخدام طريقة الفرق المحدد. عرضت النتائج بشكل مخططات كنتورية لكل من دالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة كما تضمنت النتائج حساب مركبتي السرعة وتوزيع درجة الحرارة خلال الفجوة بالإضافة إلى حساب عدد نسلت الموضعي حول الاسطوانة الداخلية.

وقد توصلنا في هذا البحث إلى أن الحرارة تنتقل بالتوصيل عبر الفجوة عند أعداد رالي الواطئة، إضافة إلى ازدياد سمك الطبقة المتاخمة الحرارية حول الاسطوانة الداخلية كلما اتجه المائع نحو الأعلى بينما يزداد سمك الطبقة المتاخمة الحرارية على سطح الاسطوانة الخارجية كلما اتجه المائع نحو الأسفل.

**الكلمات الدالة**

انتقال الحرارة بالحمل الحر، فجوة شاقولية، نسبة القطرين.

**الرموز**

| الرمز | تعريفه | وحدته |
|---|---|---|
| A | نسبة الشكل$(\frac{l}{r_o - r_i})$ | |
| R | الإحداثي القطري اللابعدي | |
| r | الإحداثي القطري | |
| $R_o$ | نسبة القطر الخارجي إلى القطر الداخلي للفجوة $(\frac{D_o}{D_i})$ | |
| T | درجة الحرارة | $^oC$ |
| t | الزمن | s |
| U | مركبة السرعة اللابعدية بالاتجاه القطري اللابعدي | |
| U | مركبة السرعة بالاتجاه القطري (r) | m/s |
| **V**1-**v**5 | أجزاء المعادلات اللابعدية الحاكمة | |
| W | مركبة السرعة اللابعدية بالاتجاه المحوري اللابعدي | |
| W | مركبة السرعة بالاتجاه المحوري (z) | m/s |
| Z | الإحداثي المحوري اللابعدي | |
| Z | الإحداثي المحوري | |

| الرمز اللاتيني | تعريفه | وحدته |
|---|---|---|
| $\phi$ | الإحداثي الزاوي | degree |
| $\Psi$ | دالة الجريان اللابعدية | |
| $\psi$ | دالة الجريان | $m^2/s$ |
| $\nabla^2$ | $\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$ | |

| الرمز اللاتيني | تعريفه | وحدته |
|---|---|---|
| $\alpha$ | الإنتشارية الحرارية | $m^2/s$ |
| $\beta$ | معامل التمدد الحجمي | $1/K$ |
| $\delta$ | سمك الفجوة | $m$ |
| $\zeta$ | خطوة الزمن | |
| $\theta$ | درجة الحرارة اللابعدية | |
| $\mu$ | اللزوجة الديناميكية | $kg/m\ s$ |
| $\pi$ | النسبة الثابتة ( , ) | |
| $\rho$ | الكثافة الكتلية | $kg/m^3$ |
| $\rho_f$ | الكثافة الهيدروستاتيكية | $kg/m^3$ |
| $\tau$ | الزمن اللابعدي | |
| $\upsilon$ | اللزوجة الكينماتية | $m^2/s$ |
| $\Phi$ | دالة تبديد اللزوجة | $1/s^2$ |
| $\Omega$ | الدوامية اللابعدية | |
| $\omega$ | الدوامية | $1/s$ |

| الأعداد اللابعدية | المعنى | تعريفه |
|---|---|---|
| Gr | عدد كراشوف | $\dfrac{g\beta(T-T_o)r_i^3}{\upsilon^2}$ |
| Nu | عدد نسلت | $\dfrac{hD_i}{k}\,\dfrac{\ln\left(\dfrac{D_o}{D_i}\right)}{2}$ |
| Pr | عدد برانتل | $\dfrac{\nu}{\alpha}$ |
| Ra | عدد رالي | Gr×Pr |

**المقدمة**

إن التطبيقات الواسعة لانتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة حلقية شاقولية في مجال الهندسة الكهربائية وتوليد الطاقة وأنظمة الخزن الحراري وغيرها من التطبيقات قد أوجدت أرضية خصبة لدراسة هذه الحالة.

درس الباحثان (DeVahl Davis and Thomas) كما ورد في المصدر [5] الحمل الحر المتولد في فجوة محصورة بين سطحي اسطوانتين شاقوليتين متحدتي المحور تحوي مائع ذو عدد برانتل (Pr=1)، حيث وجدا بأنه عند أعداد رالي ($Ra_\delta<10^5$) تتكون خلية دوامية واحدة بينما لأعداد رالي أكبر فإن الجريان يصبح متعدد الخلايا، كما لاحظا زيادة معاملات انتقال الحرارة الموضعية على السطح الداخلي بزيادة نسبة أنصاف القطرين.

أما الباحثان (Kubair and Simha) [7] فقد قدما دراسة نظرية وعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر خلال فجوة شاقولية تحتوي ماء وأخرى تحتوي زئبق، نظرياً حلت المعادلات الحاكمة عددياً باستخدام طريقة رونج-كوتا جيل (Runge-Kutta Gill) بالاستعانة بطريقة نيوتن-رافسن المعدلة (Modified Newton Raphson Method)، أما مقطع الاختبار فقد تألف من أنبوبين من الفولاذ المقاوم للصدأ متمركزي المحور، وقد صقل سطحا الأسطوانتين المقابلين للفجوة لتقليل خسائر الإشعاع.

حصل الباحثان على العلاقة الآتية من الحسابات العددية:

$$Nu_\delta = 1.46\left(Gr_\delta/32\right)^{\frac{1}{4}}\left(\delta/l\right)^{\frac{1}{4}} Pr^{0.18} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

التي تستخدم للمدى

$$50 < Gr_\delta < 50{,}000,\ 0.01 < Pr < 5.0,\ 0.1 < \delta/l < 1.0$$

وبمقارنة النتائج العملية بالنتائج النظرية وجدا بأن نسبة الانحراف بينهما تصل إلى (±12.5%).

في هذا البحث تم دراسة الحمل الحراري الحر الطباقي المستقر نظرياً في الفجوة المحصورة بين سطحي اسطوانتين شاقوليتين متحدتي المحور، درجة حرارة سطح الاسطوانة الداخلية ثابتة وأعلى من درجة حرارة الاسطوانة الخارجية التي تكون ثابتة بدورها. تمت الدراسة لثلاث نسب قطرين (1.7 و2.0 و2.3) ولأعداد رالي امتد مداها ($71 \le Ra \le 5\times10^4$).عرضت نتائج هذا البحث على شكل مخططات كنتورية لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة إضافة إلى منحنيات توضح توزيع درجات الحرارة ومركبتي السرعة خلال الفجوة وأخرى لتوزيع عدد نسلت الموضعي على طول الاسطوانة الداخلية.

## الجزء النظري

### الفرضيات

1- الحمل الحر في الفجوة طباقي ومستقر.

2- المائع الذي يشغل الفجوة غير انضغاطي وغير انزلاقي.

3- نظراً للفروقات الصغيرة في درجات الحرارة يمكن اعتبار جميع خواص المائع ثابتة عدا الكثافة($\rho$) في حد قوة الطفو حيث أن الكثافة تختلف نتيجة لاختلاف درجة الحرارة، الأمر الذي يسبب حركة المائع، ولذلك سيصار إلى اعتماد افتراض بوسنسك (Boussinesq) والذي ينص على أن الكثافة تعد ثابتة ماعدا في حد قوة الطفو. بذلك يمكن أن تكتب كثافة المائع كدالة لدرجة الحرارة وكالآتي [2]:

$$\rho_f = \rho_o\left[1-\beta\left(T-T_o\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

إذ تمثل ($T_o$) درجة الحرارة القياسية.

1- نظراً للسرع الوطئة للمائع فان حد تبديد اللزوجة ( Viscous Dissipation Term) ($\Phi$) يمكن إهماله في معادلة الطاقة للحالة المدروسة لكون المائع هواء والسرع قليلة [6].

2- الجريان غير متغير بالاتجاه الزاوي $(\phi)$ وبالتـــالي يمكـــن اعتبـــار الجريان ثنائي البعد $(r, z)$.

3-الجريان متناظر حول مستوى شاقولي يمر من مركز النظـــام، وبـــذلك يمكن الاكتفاء بدراسة جانب واحد.

**الصيغ الرياضية وأسلوب الحل العددي**

تشمل المعادلة الحاكمة معادلة الاستمرارية ومعادلتي زخم باتجاه (r) و(z) إضافة إلى معادلة الطاقة والتي يمكن التعبير عنها بالإحداثيات الاسطوانة كما يأتي:

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru)+\frac{\partial}{\partial z}(rw)=0 \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

$$\rho_o\left[u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right]=-\frac{\partial p}{\partial r}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru)\right)+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right] \quad .. \quad (4.a)$$

$$\rho_o\left[u\frac{\partial w}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right]=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial w}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right]-g\rho_o\left[1-\beta(T-T_o)\right] \quad \ldots\ldots \quad (4.b)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial r}+w\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

بعد إجراء تفاضل متعاكس بين معادلتين الزخم للتخلص من حـــد الـــضغط وباستخدام تعريف الدوامية:

$$\omega=\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial r} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

وتعريف مركبتي السرعة بدلالة دالة الجريان:

$$u=-\frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad w=\frac{\psi}{r}+\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

وبعد إجراء التبسيط اللازم يمكن كتابة المعادلات الحاكمة بالصيغة الآتية:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{\psi}{r}\right)\frac{\partial\omega}{\partial z}+\left(\frac{\omega}{r}-\frac{\partial\omega}{\partial r}\right)\frac{\partial\psi}{\partial z}=g\beta\frac{\partial T}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial^2\omega}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\omega}{\partial r}-\frac{\omega}{r^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial z^2}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{\psi}{r}\right)\frac{\partial T}{\partial z}-\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

$$\omega=\frac{\psi}{r^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}-\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

يمكن تحويل المعادلات (8 و9 و10) إلى صيغ لابعدية باستخدام المقادير اللابعدية الاتية:

1-للإحداثي القطري: $R=\frac{r}{r_i}$ باستخدام نصف قطر الاسطوانة الداخليـــة الخارجي كطول مميز.

1- للإحداثي الشاقولي: $Z=\frac{z}{r_i}$ .

2- لدالة الجريان: $\Psi=\frac{\psi}{\alpha}$ .

3- للدوامية: $\Omega=\frac{r_i^2}{\alpha}\omega$ .

4- لدرجة الحرارة: $\theta=\frac{T-T_o}{T_i-T_o}$ .

لتتخذ الصيغ اللابعدية الآتية:

$$\frac{1}{Pr}\left[\left(\frac{\partial\Psi}{\partial R}+\frac{\Psi}{R}\right)\frac{\partial\Omega}{\partial Z}+\left(\frac{\Omega}{R}-\frac{\partial\Omega}{\partial R}\right)\frac{\partial\Psi}{\partial Z}\right]=Ra\frac{\partial\theta}{\partial R}+\frac{\partial^2\Omega}{\partial R^2}+$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial\Omega}{\partial R}-\frac{\Omega}{R^2}+\frac{\partial^2\Omega}{\partial Z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial\Psi}{\partial R}+\frac{\Psi}{R}\right)\frac{\partial\theta}{\partial Z}-\frac{\partial\Psi}{\partial Z}\frac{\partial\theta}{\partial R}=\nabla^2\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$\Omega=\frac{\Psi}{R^2}-\frac{\partial^2\Psi}{\partial R^2}-\frac{1}{R}\frac{\partial\Psi}{\partial R}-\frac{\partial^2\Psi}{\partial Z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

**الظروف المتاخمة**

يمكن إجمال الظروف المتاخمة كما يأتي:

1-الدوامية

$$\Omega(1,Z)=-\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial\Psi(1,Z)}{\partial R}\right)$$

$$\Omega(R_o,Z)=-\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial\Psi(R_o,Z)}{\partial R}\right)$$

$$\Omega(R,0)=-\frac{\partial^2\Psi(R,0)}{\partial Z^2}$$

$$\Omega(R,L)=-\frac{\partial^2\Psi(R,L)}{\partial Z^2}$$

2-دالة الجريان

$$\Psi(1,Z)=\frac{\partial\Psi(1,Z)}{\partial Z}=\Psi(1,Z)+\frac{\partial\Psi(1,Z)}{\partial R}=0$$

$$\Psi(R_o, Z) = \frac{\partial \Psi(R_o, Z)}{\partial Z} = \frac{\Psi(R_o, Z)}{R_o} + \frac{\partial \Psi(R_o, Z)}{\partial R} = 0$$

$$\Psi(R,0) = \frac{\partial \Psi(R,0)}{\partial Z} = \frac{\Psi(R,1)}{R} + \frac{\partial \Psi(R,1)}{\partial R} = 0$$

$$\Psi(R,L) = \frac{\partial \Psi(R,L)}{\partial Z} = \frac{\Psi(R,L)}{R} + \frac{\partial \Psi(R,L)}{\partial R} = 0$$

3-درجة الحرارة

$$\theta(1, Z) = 1$$

$$\theta(R_o, Z) = 0$$

$$\frac{\partial \theta(R,0)}{\partial Z} = 0$$

$$\frac{\partial \theta(R,L)}{\partial Z} = 0$$

**الحل العددي**

إن الحل المباشر للمعادلات التي تصف الجريان بدلالة الدوامية -دالة الجريان خلال فجوة يكون عادةً مرهق حسابياً وعليه فمن الضروري استخدام فرضية لا تخل بالحل العام للمعادلات في حين أنها تسهل الحل إلى حد كبير وتتمثل هذه الفرضية بإضافة حد تغير مع الزمن إلى تلك المعادلات إذ تحولها إلى مسألة ارتحالية مع الزمن (Marching Problem) والتي عن طريقها يتم الحل خطوة بخطوة بالتحرك دائماً باتجاه حقل الجريان باتجاه الزمن، وعملية تحويل المعادلات هذه موصوفة في المصدر [1] وكما يأتي:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r}\right)\frac{\partial \omega}{\partial z} + \left(\frac{\omega}{r} - \frac{\partial \omega}{\partial r}\right)\frac{\partial \psi}{\partial z} = g\beta \frac{\partial T}{\partial r} + \nu\left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

ولمعادلة الطاقة:

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\frac{\partial \psi}{\partial r}+\frac{\psi}{r}\right)\frac{\partial T}{\partial z}-\frac{\partial \psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] \quad .. \quad (15)$$

وبفرض أن المقدار اللابعدي للزمن $\tau=\frac{\nu}{r_i^2}t$، تكتب المعادلتين (14) و(15) بعد التبسيط بالصيغتين اللابعديتين الآتيتين:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau}=\mathrm{Ra}\frac{\partial \theta}{\partial R}+\frac{\partial^2 \Omega}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial \Omega}{\partial R}-\frac{\Omega}{R^2}+\frac{\partial^2 \Omega}{\partial Z^2}-$$

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial R}+\frac{\Psi}{R}\right)\frac{\partial \Omega}{\partial Z}+\left(\frac{\Omega}{R}-\frac{\partial \Omega}{\partial R}\right)\frac{\partial \Psi}{\partial Z}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}=\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left[\nabla^2\theta-\left(\frac{\partial \Psi}{\partial R}+\frac{\Psi}{R}\right)\frac{\partial \theta}{\partial Z}+\frac{\partial \Psi}{\partial Z}\frac{\partial \theta}{\partial R}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

ولأن تحويل المعادلات التفاضلية إلى معـــادلات جبريـــة بـــصيغة الفروقـــات المحددة وباستعمال الفرق المركزي سيكون مطولاً وتبسيطه مرهق بعض الـــشيء لذلك استعمل أسلوب تجزئة المعادلات إلى عدد من الأجـــزاء، إذ تحـــول بدلالـــة المتغير (**v**) ويلحق به رقم ليميز جزء عن جزء آخر، بعدها تجمع أجزاء المعادلـــة الواحدة.

فإذا رمزنا لحدود المعادلتين (16) و(17):

$$\mathbf{v}1=\frac{\partial \theta}{\partial R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

$$\mathbf{v}2=\frac{\partial^2 \Omega}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial \Omega}{\partial R}-\frac{\Omega}{R^2}+\frac{\partial^2 \Omega}{\partial Z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

$$\mathbf{v}3=\left(\frac{\partial \Psi}{\partial R}+\frac{\Psi}{R}\right)\frac{\partial \Omega}{\partial Z}+\left(\frac{\Omega}{R}-\frac{\partial \Omega}{\partial R}\right)\frac{\partial \Psi}{\partial Z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

$$\mathbf{v}4=\nabla^2\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

$$\mathbf{v}5=\left(\frac{\partial\Psi}{\partial R}+\frac{\Psi}{R}\right)\frac{\partial\theta}{\partial Z}-\frac{\partial\Psi}{\partial Z}\frac{\partial\theta}{\partial R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

وبعد تحويل المعادلات التفاضلية إلى معادلات جبرية بصيغة الفروقات المحددة وبعد التبسيط نحصل على:

$$\Omega_{\mathbf{i},\mathbf{k}}^{\zeta+1}=\left|\mathbf{v}1.\mathrm{Ra}+\mathbf{v}2-\frac{\mathbf{v}3}{\mathrm{Pr}}\right|^{\zeta}\Delta\tau+\Omega_{\mathbf{i},\mathbf{k}}^{\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

$$\theta_{\mathbf{i},\mathbf{k}}^{\zeta+1}=\left|\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\mathbf{v}4-\mathbf{v}5\right)\right|^{\zeta}\Delta\tau+\theta_{\mathbf{i},\mathbf{k}}^{\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

**النتائج والمناقشة**

يتبين لنا من خلال الجانب الأيمن من الأشكال (2-5) والذي يمثل خطوط الجريان أنه عند أعداد رالي الواطئة يتركز تشكيل الدوامة وعينها في منتصف الفجوة وبزيادة عدد رالي ترتفع عين الدوامة أعلى المحور الأفقي مخلفة منطقة راكدة أسفل الفجوة بالقرب من الاسطوانة الخارجية، كما يتبين لنا من خلال الجانب الأيسر من الأشكال نفسها الذي يمثل خطوط تساوي درجة الحرارة أن هذه الخطوط تكون عبارة عن خطوط متوازية عندما يكون عدد رالي واطئاً حيث يكون التوصيل هو المسيطر على نقل الحرارة، وبزيادة عدد رالي تتشوه هذه الخطوط وخاصة في قلب الفجوة حيث يتأثر المائع القريب من أعلى وأسفل الفجوة بقوى اللزوجة، وبظهور هذا التشوه يظهر تأثير الحمل في نقل الحرارة خلال الفجوة. لا يلاحظ تشوه في منحنيات توزيع الحرارة خلال الفجوة التي يمثلها الشكلان (6 و7) عندما يكون التوصيل هو المسيطر على نقل الحرارة ولكن بزيادة تأثير الحمل المصاحب للزيادة في عدد رالي تتشوه هذه المنحنيات وتظهر ظاهرة انقلاب درجة الحرارة بالاتجاه النصف قطري في المنطقة المحصورة بين الطبقتين المتاخمتين، فيما توضح الأشكال (8-11) زيادة في قيم مركبات السرعة بزيادة عدد رالي وكذلك

بزيادة نسبة القطرين لانحسار تأثير الطبقات المتاخمة على المائع. يتضح من خلال الشكلين (12 و13) أن أعظم انتقال حرارة بالنسبة للاسطوانة الداخلية يحدث في الجزء القريب من أسفلها حيث يزاح المائع البارد ليلتقي بالسطح الحار للاسطوانة الداخلية مسبباً انتقال كبير للحرارة في هذه المنطقة بينما يقل معدل انتقال الحرارة كلما صعد المائع نحو الأعلى قريباً من الاسطوانة الداخلية حيث ترتفع درجة حرارته فيقل معدل انتقال الحرارة.

**الاستنتاجات**

1- كلما كان عدد رالي أوطأ كلما كان التوصيل هو المسيطر على نقل الحرارة عبر الفجوة ويكون هذا واضحاً في شكل خطوط تساوي درجة الحرارة، التي تكون على شكل دوائر متمركزة المحور في الوضع الأفقي وعلى شكل خطوط متوازية في الوضع الشاقولي.

2- تتوسط عين الدوامة منتصف الفجوة عند أعداد رالي الواطئة، ثم تنتقل أعلى المحور الأفقي عند أعداد رالي العالية.

3-يزداد سمك الطبقة المتاخمة الحرارية حول الاسطوانة الداخلية كلما اتجه المائع نحو الأعلى بينما يزداد سمك الطبقة المتاخمة الحرارية على سطح الاسطوانة الخارجية كلما اتجه المائع نحو الأسفل.

4-ظهور مناطق راكدة في أسفل الفجوة القريب من الاسطوانة الخارجية للوضيعين الأفقي والشاقولي لارتفاع مركز الجريان فوق المحور الأفقي باتجاه أعلى الفجوة.

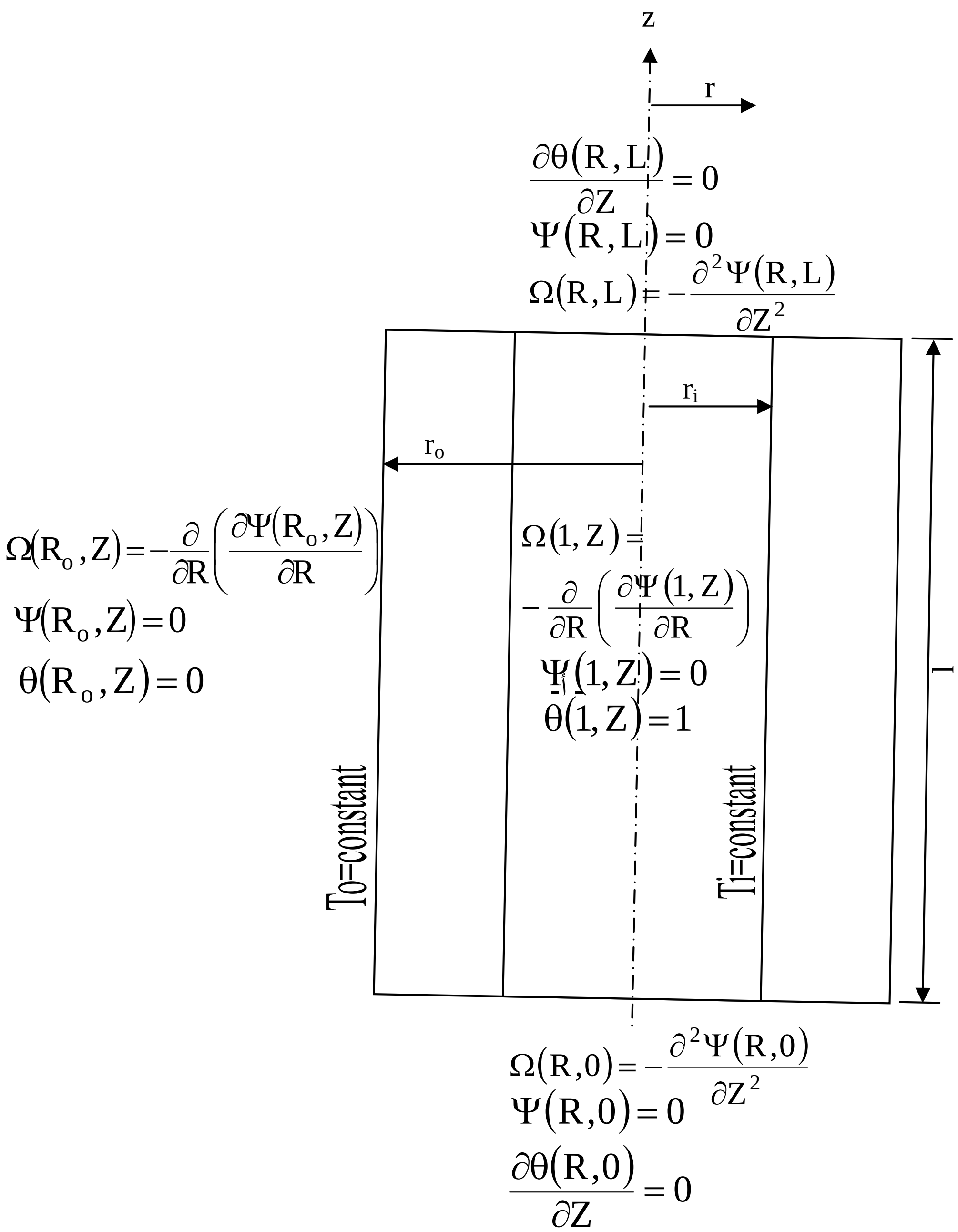
5-يقل معدل درجة حرارة سطحي الفجوة بزيادة سمك الفجوة.

6-قيمة عدد نسلت بالقرب من نهاية الفجوة السفلية تكون أقل من قيمته بالقرب من النهاية العلوية بالنسبة للوضع الشاقولي.

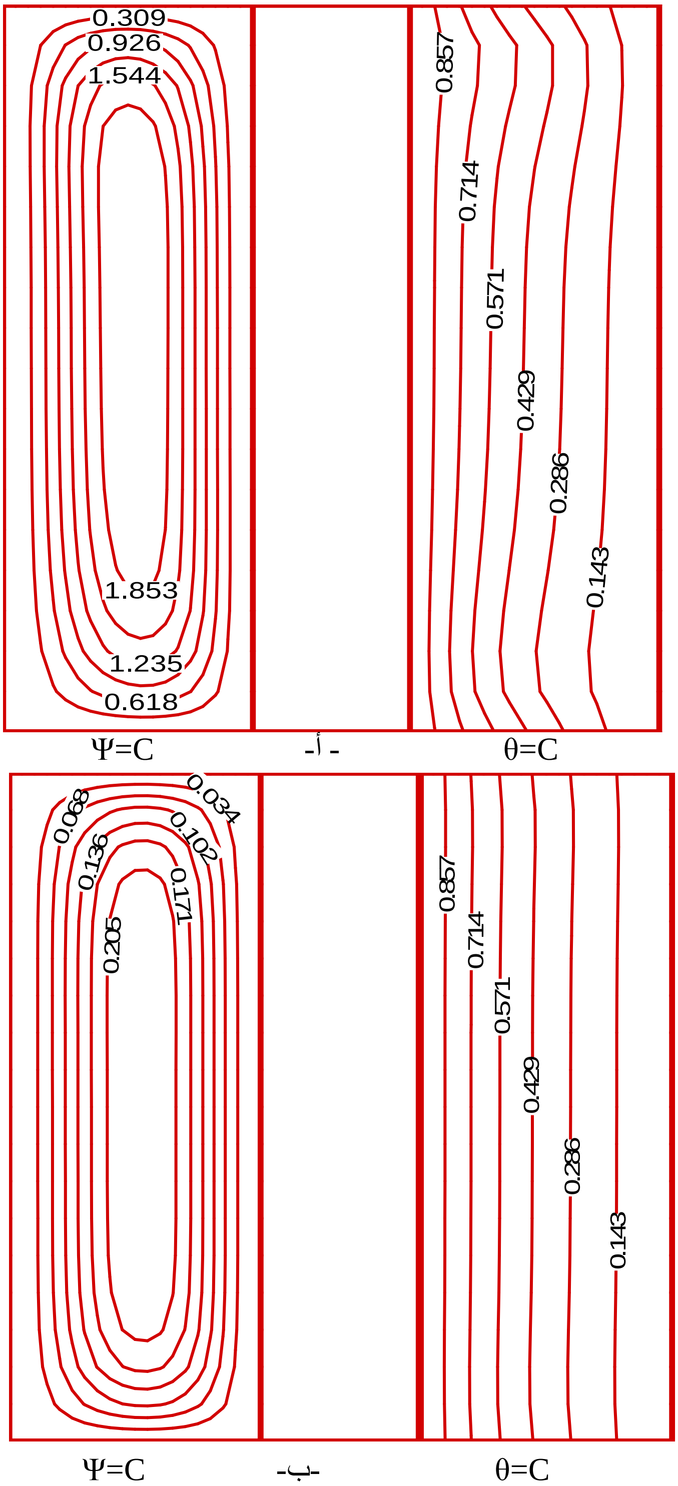
**المصادر**

1. Anderson, D. H., Tannehill, J. C. and Plecher, R. H., “Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, Hemisphere. Washington, DC 1984.

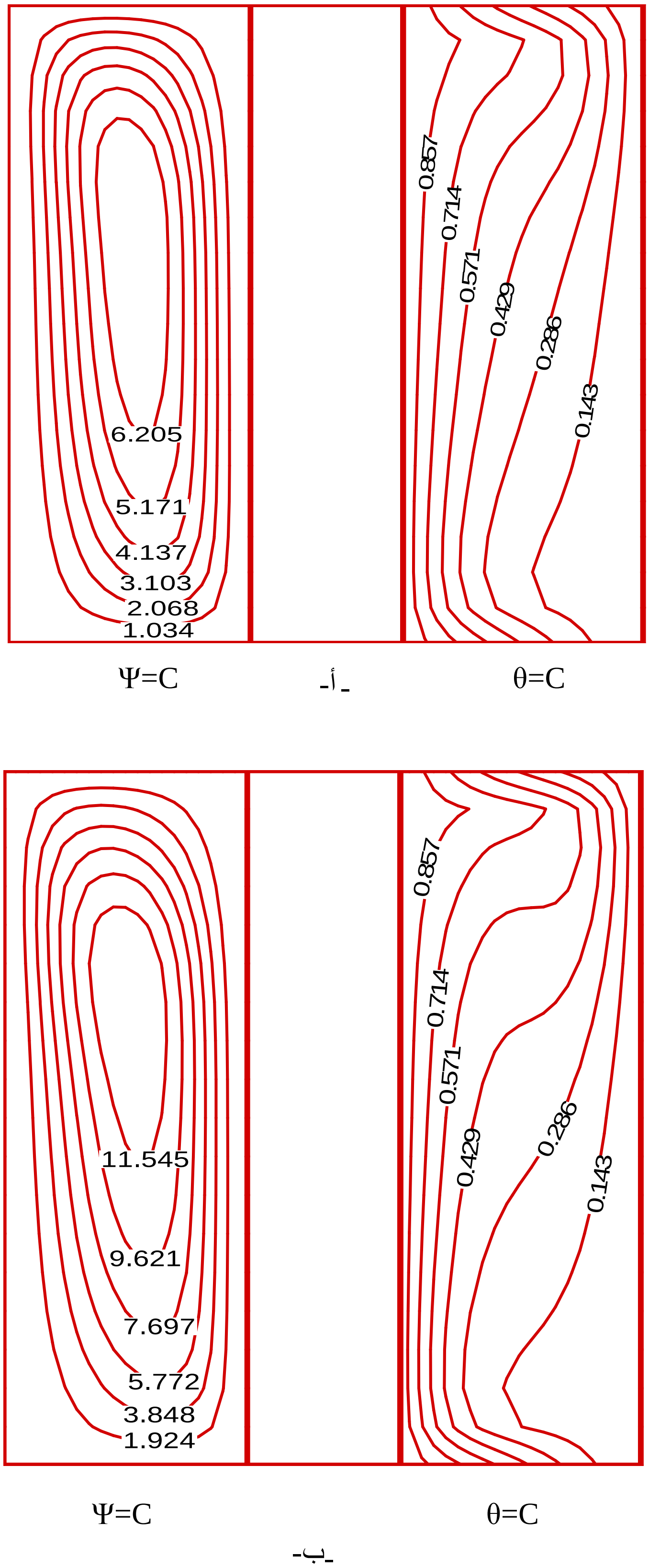
2. Bejan, A, "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, Inc., 1984.
3. Fujii, T. and Uehara, H., "Laminar Natural Convection Heat Transfer From The Outer Surface Of A Vertical Cylinder", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 13, pp. 607-615,1970.
4. Hornbeck R. W., "Numerical Marching Techniques For Fluid Flows With Heat Transfer", NASA, sp-297, 1973.
5. Kakac S., Aung W, Viskanta R., "Natural Convection Fundamentals and Applications", Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
6. Kays, W. M., "Convective Heat Mass Transfer", Mc-Graw Hill, Inc., 1966.
7. Kubair, V. G. and Simha C. R. V., "Free Convection Heat Transfer To Mercury In Vertical Annuli", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 25, No. 5, pp. 399-407, 1982.
8. Nagendra, H. R., Tirunaryanan M. A. and Ramachandran, A., "Free Convection Heat Transfer In Vertical Annuli", Chemical Engineering Science, Vol. 25, pp. 605-610, 1970.



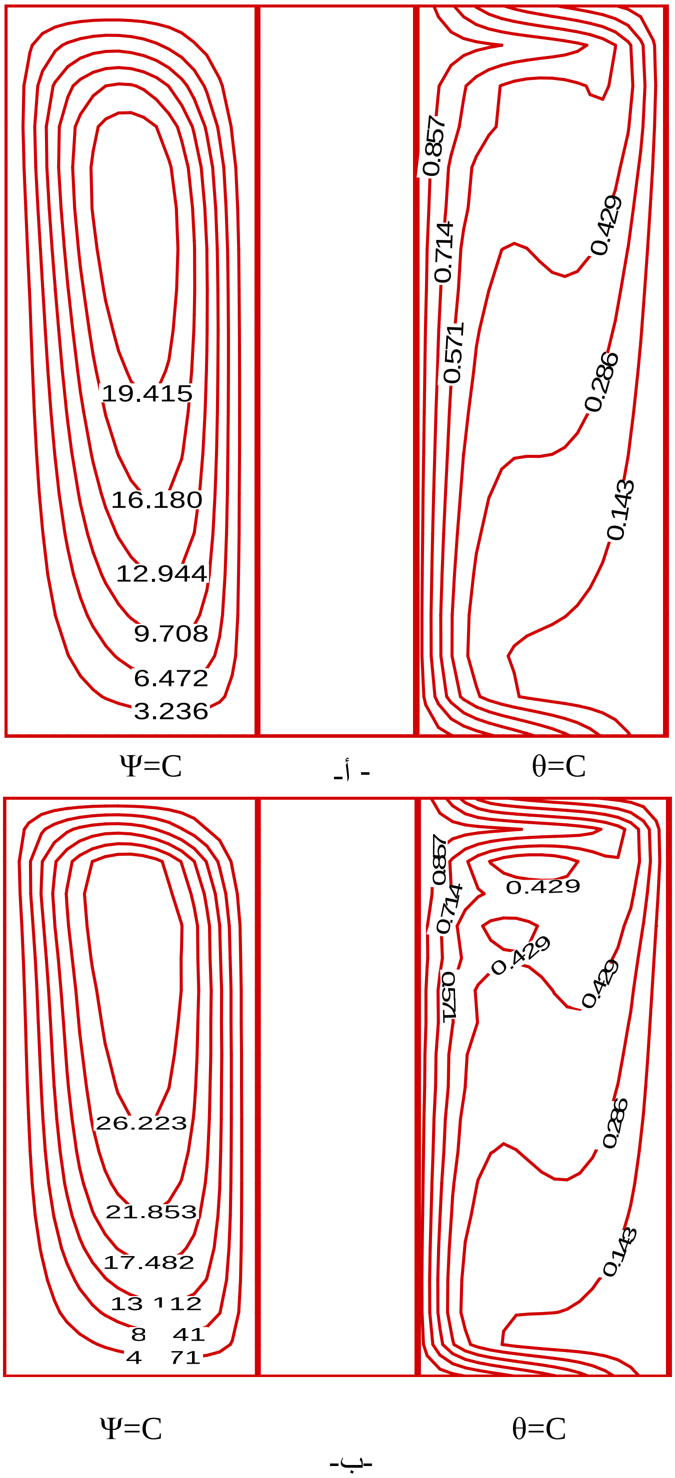

**شكل (1) التمثيل الفيزيائي والإحداثي المستخدم في المسألة.**



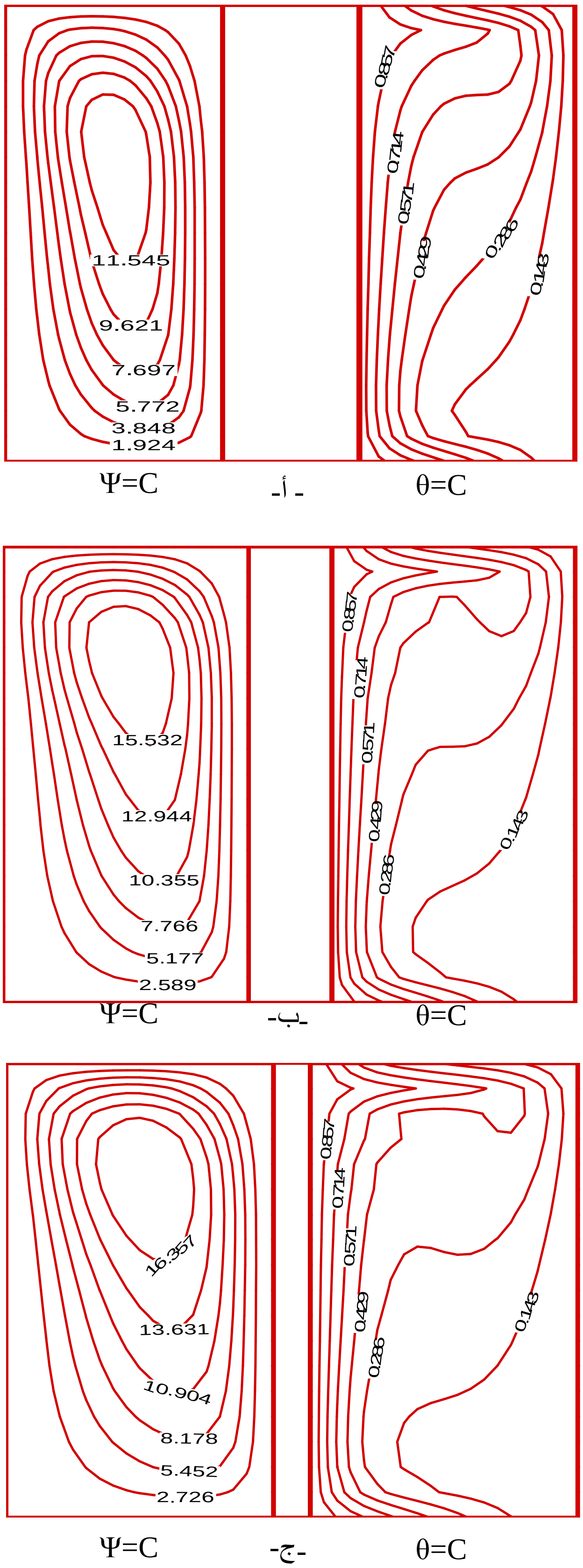

**شكل (2) المخطط الكنتوري لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة عند ($R_o$=1.7)**
**(أ) Ra=2414، (ب) Ra=5822.**




**شكل (3) المخطط الكنتوري لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة عند($R_o$=1.7)**
**(أ) Ra=2414، (ب) Ra=5822.**

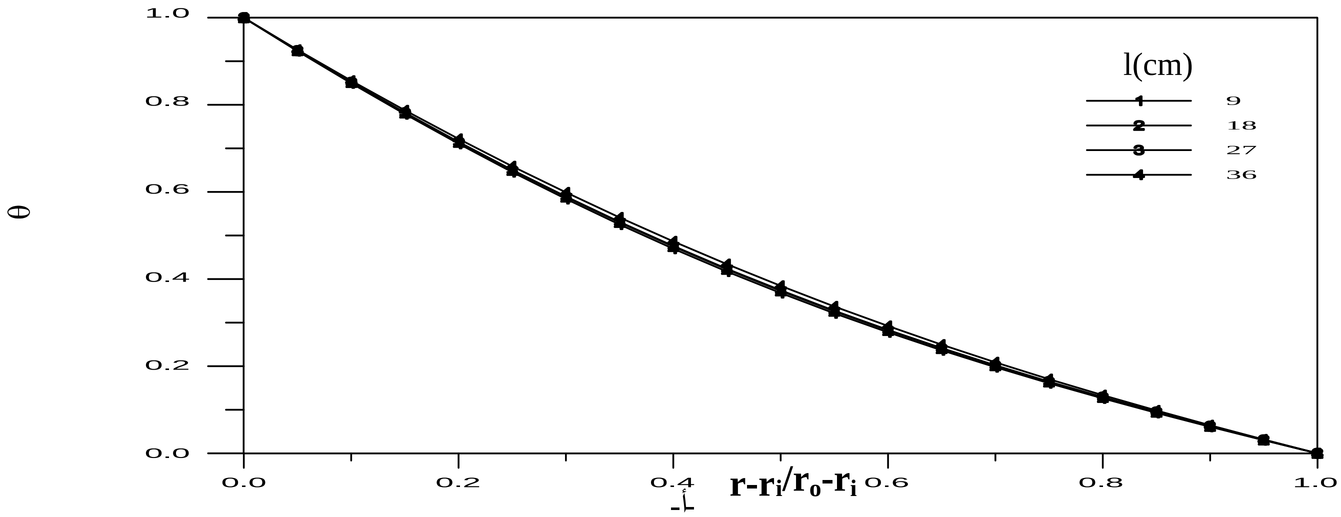



**شكل (4) المخطط الكنتوري لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة عند($R_o$=1.7)**
**(أ) Ra=14910 (ب) Ra=29820.**

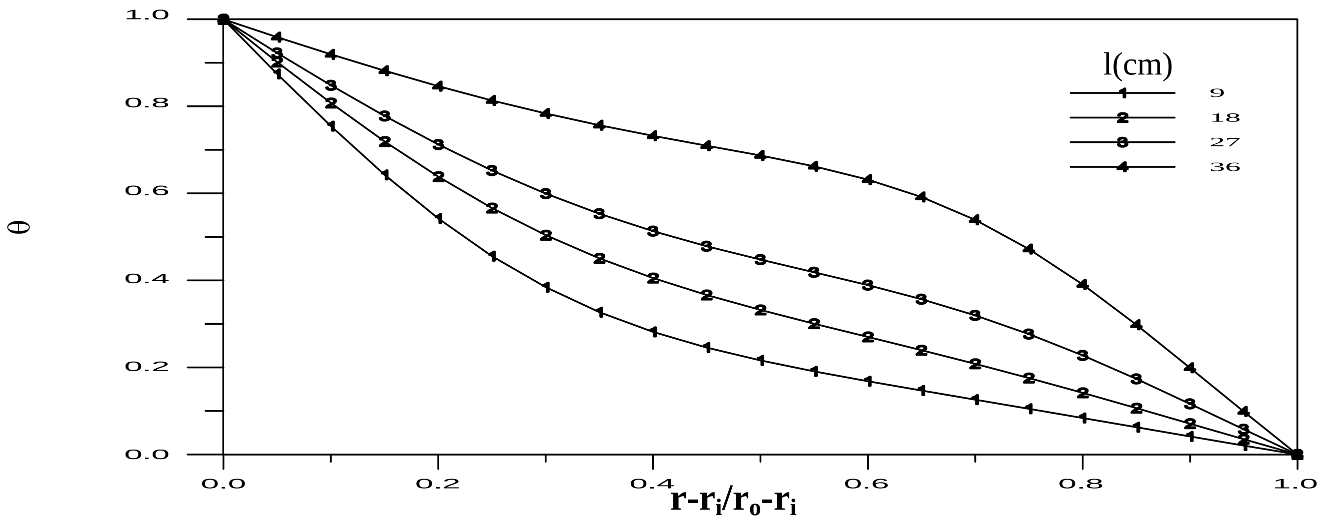



**شكل (5) المخطط الكنتوري لدالة الجريان وخطوط تساوي درجة الحرارة عند Ra=5822**

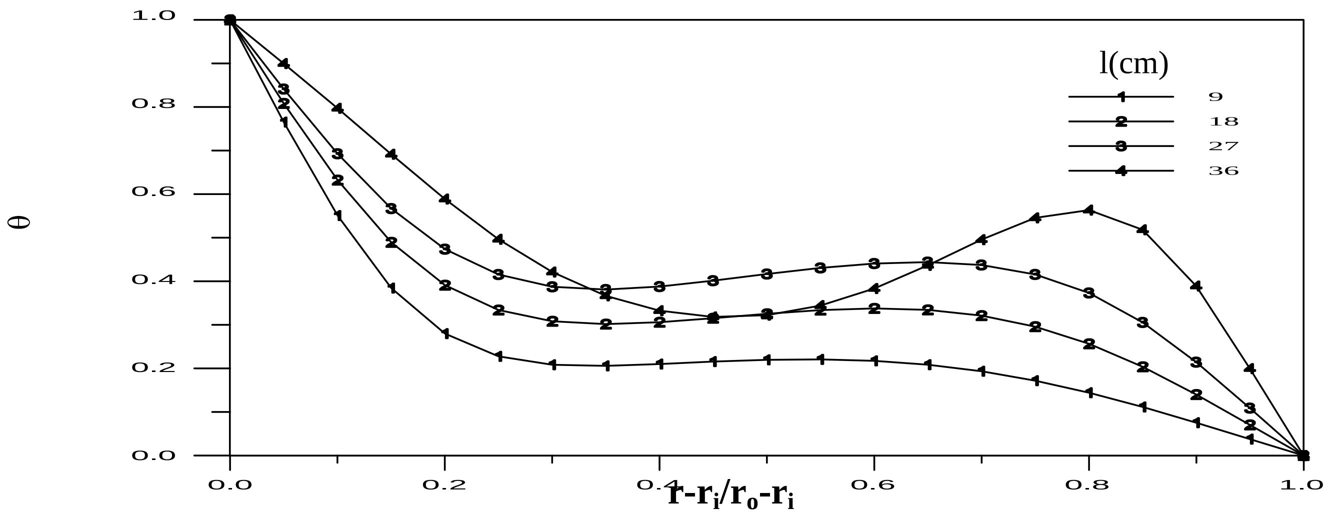
**$R_o$=2.3(ج) $R_o$=2.0 (ب) $R_o$=1.7 (أ)**




-أ-



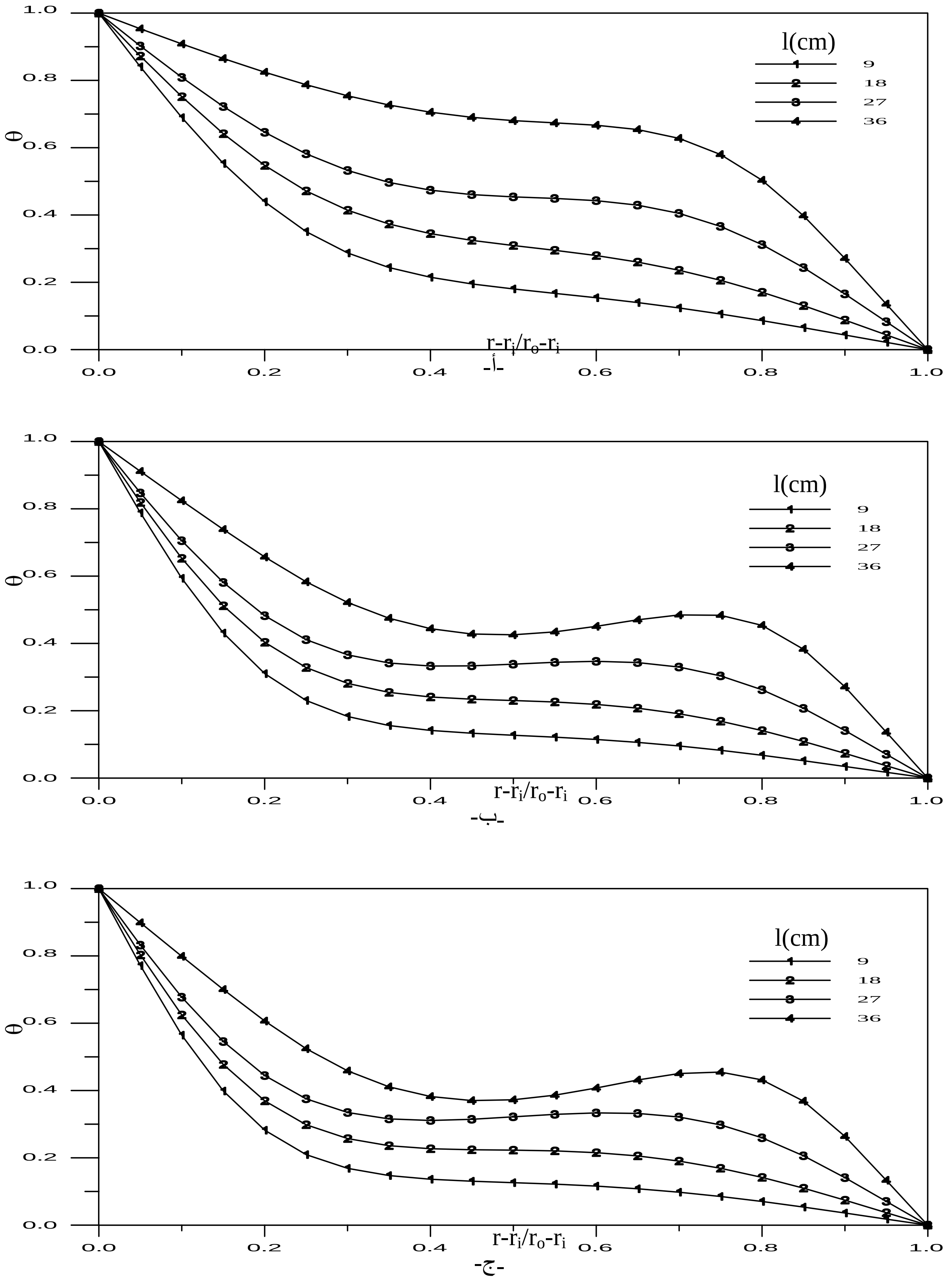

-ب-




-ج-

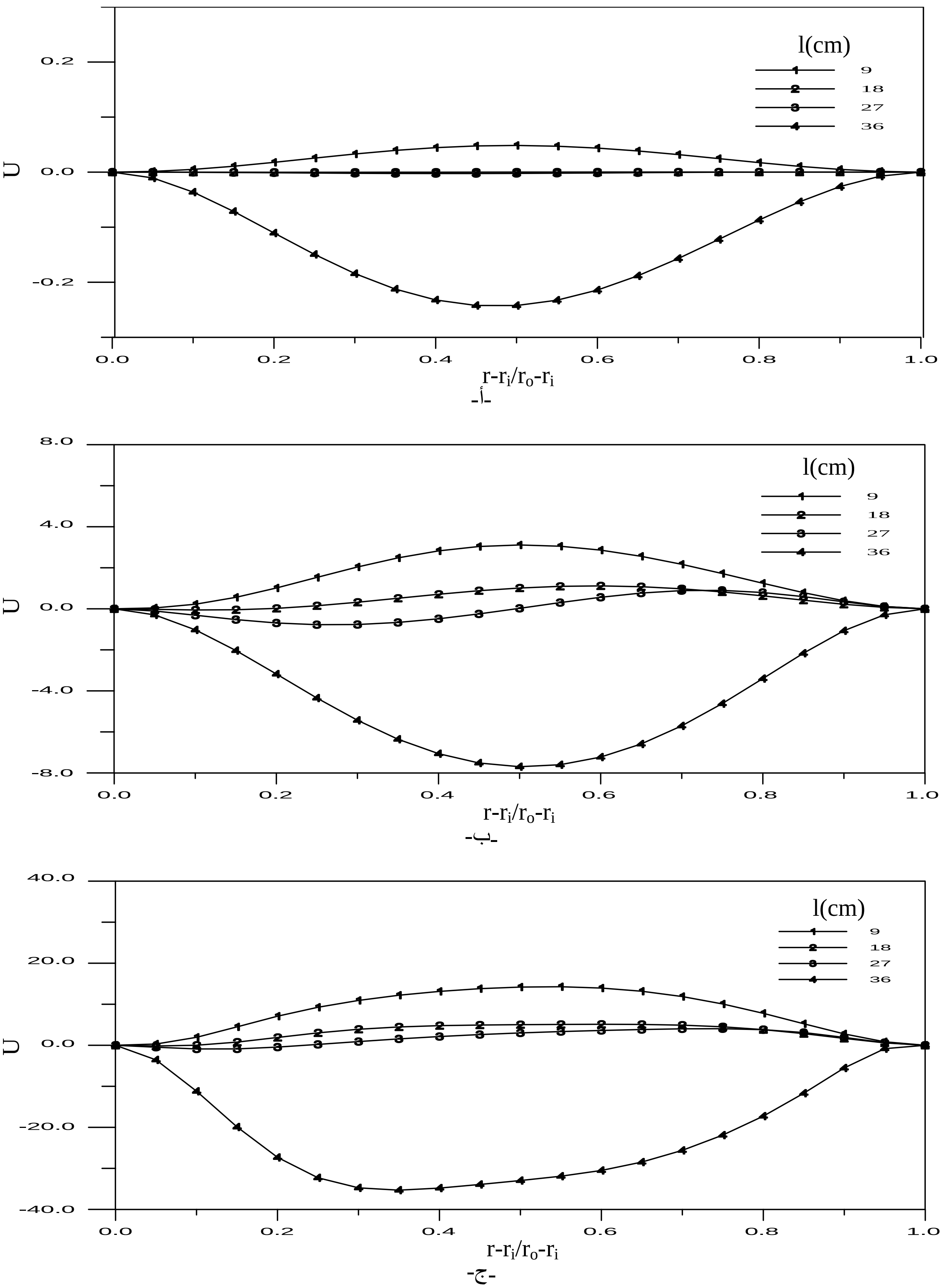
**شكل (6) تغير درجة الحرارة خلال الفجوة عندما $R_o$=1.7**

**(أ) Ra=71 (ب) Ra=2414 (ج) Ra=29820.**



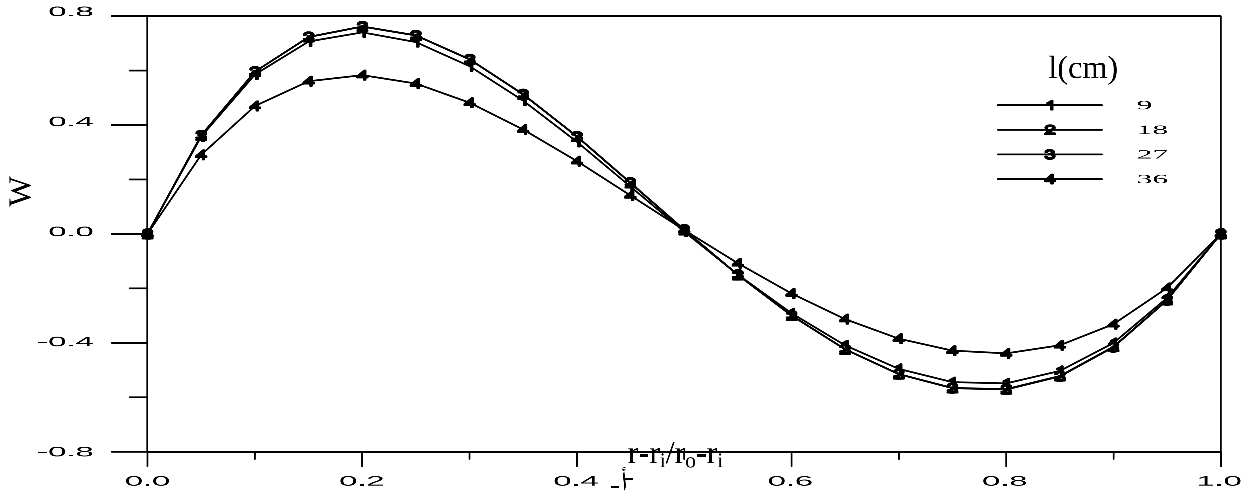

**شكل (7) تغير درجة الحرارة خلال الفجوة عندما Ra=5822**

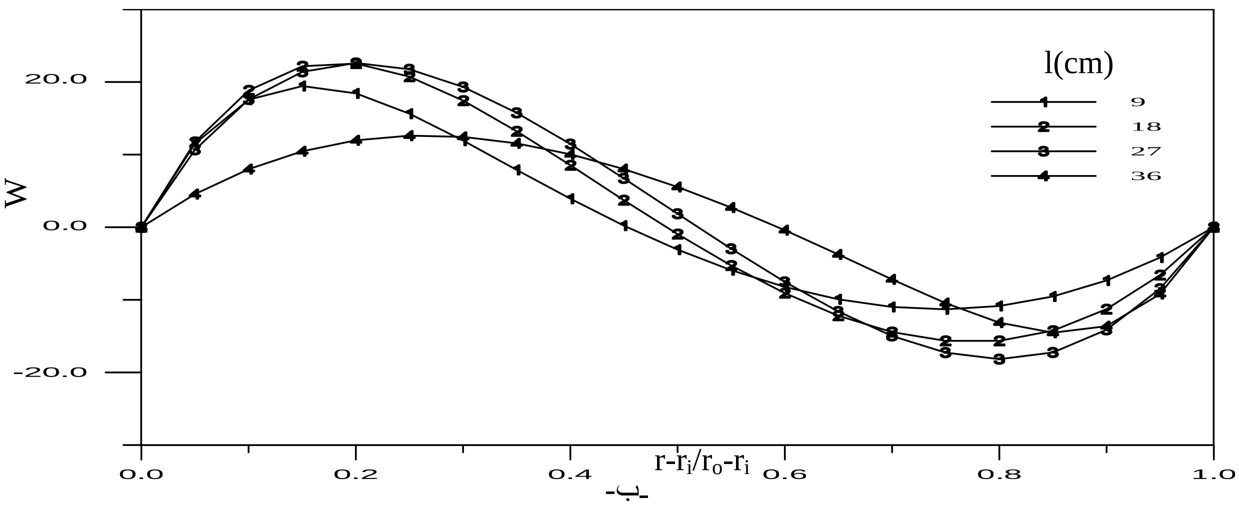
**(أ) $R_o$=1.7 (ب) $R_o$=2.0 (ج) $R_o$=2.3.**

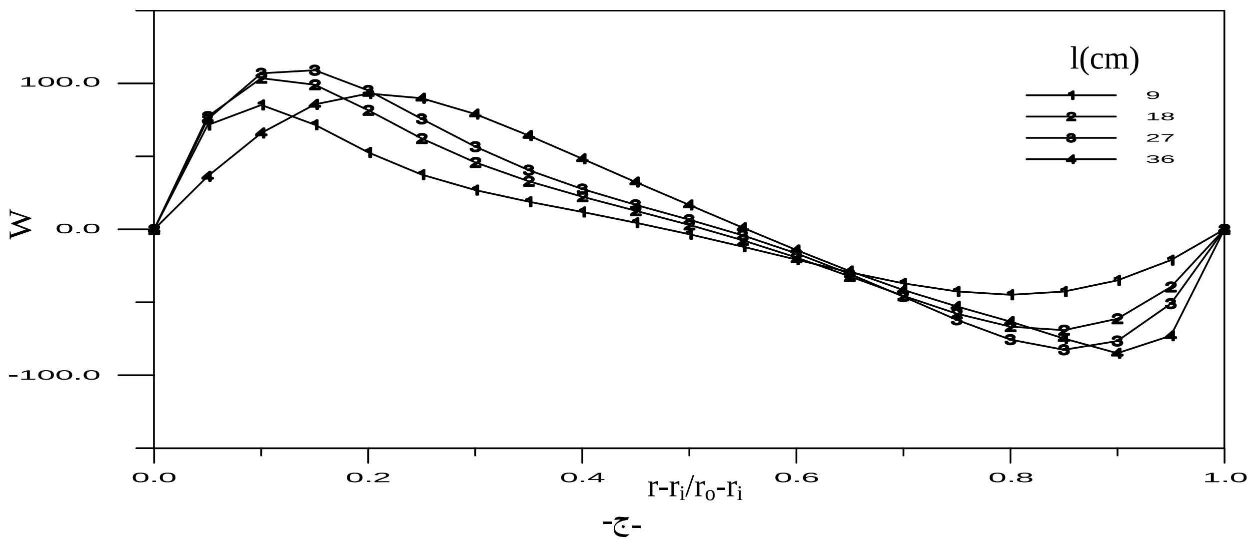



**شكل (8) تغير مركبة السرعة القطرية خلال الفجوة عندما ($R_o$=1.7)**

**(أ) Ra=71 (ب) Ra=2414 (ج) Ra=29820**

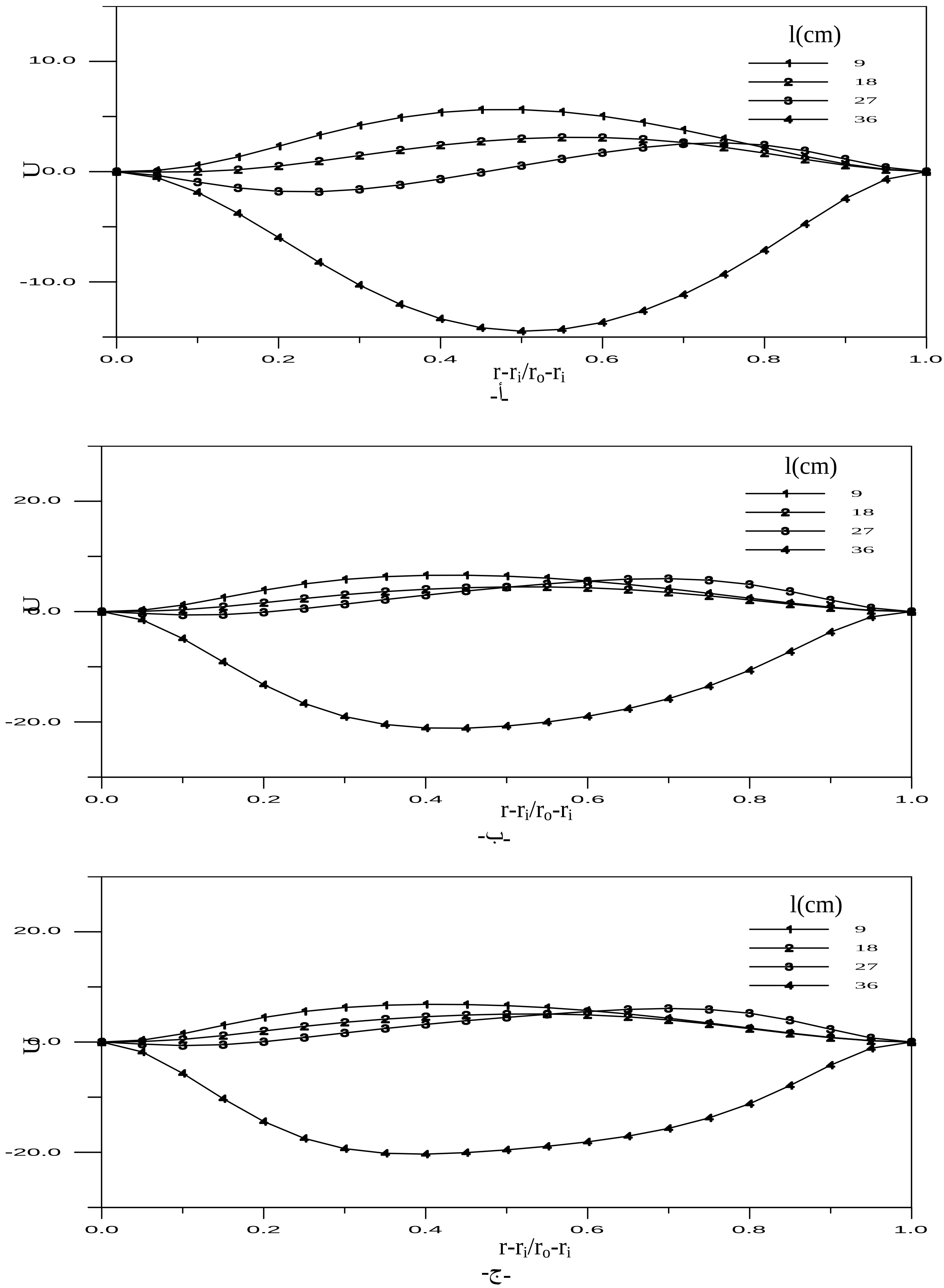


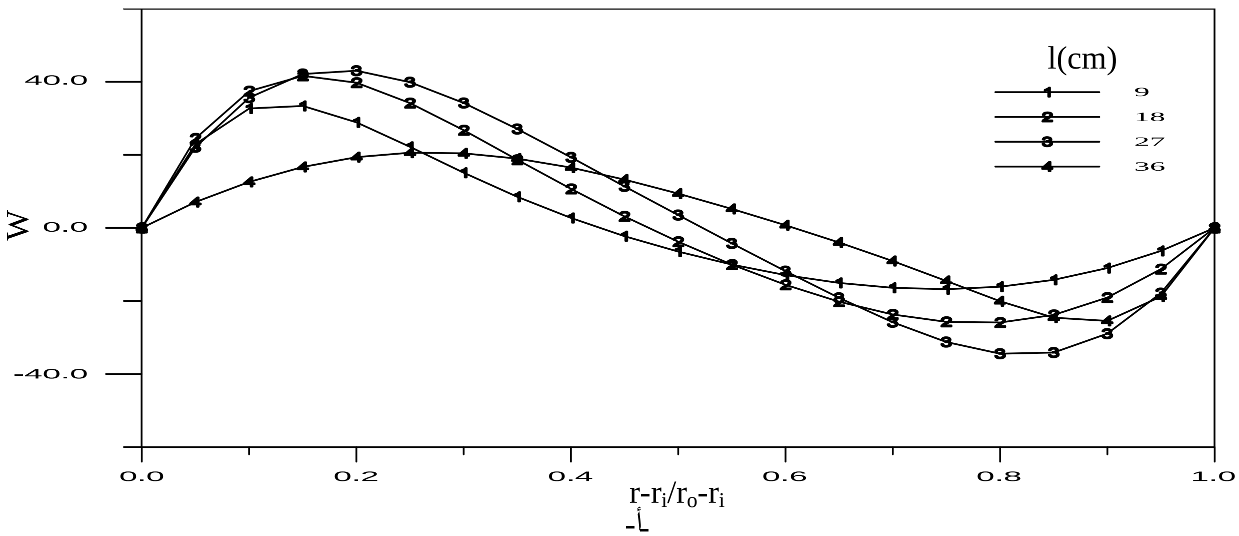

**شكل (9) تغير مركبة السرعة المحورية خلال الفجوة عندما ($R_o$=1.7)**

**(أ) Ra=71 (ب) Ra=2414 (ج) Ra=29820**

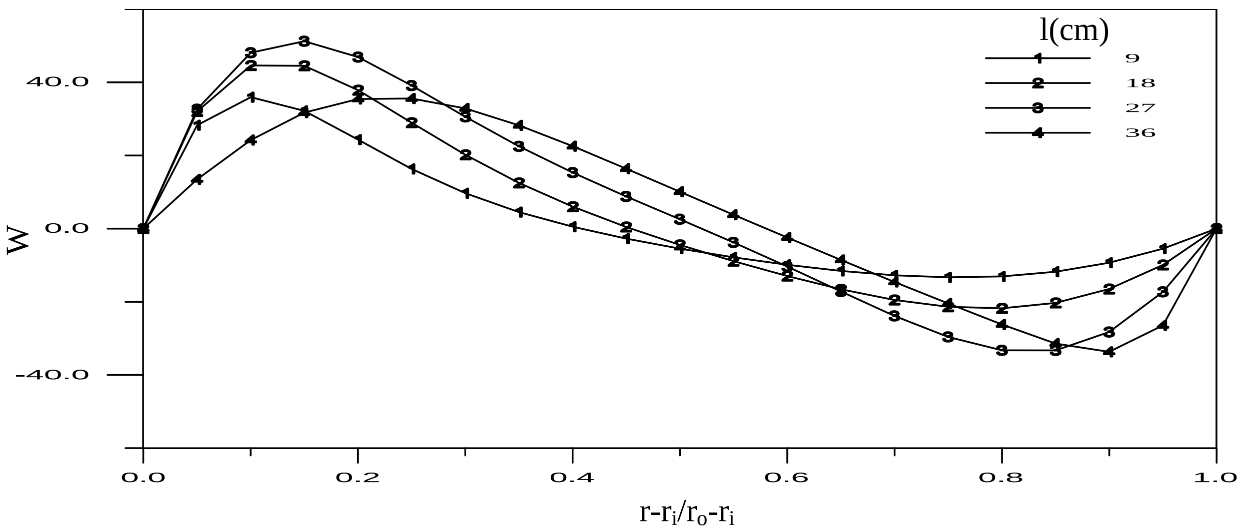



**شكل (10) تغير مركبة السرعة القطرية خلال الفجوة عندما (Ra=5822)**

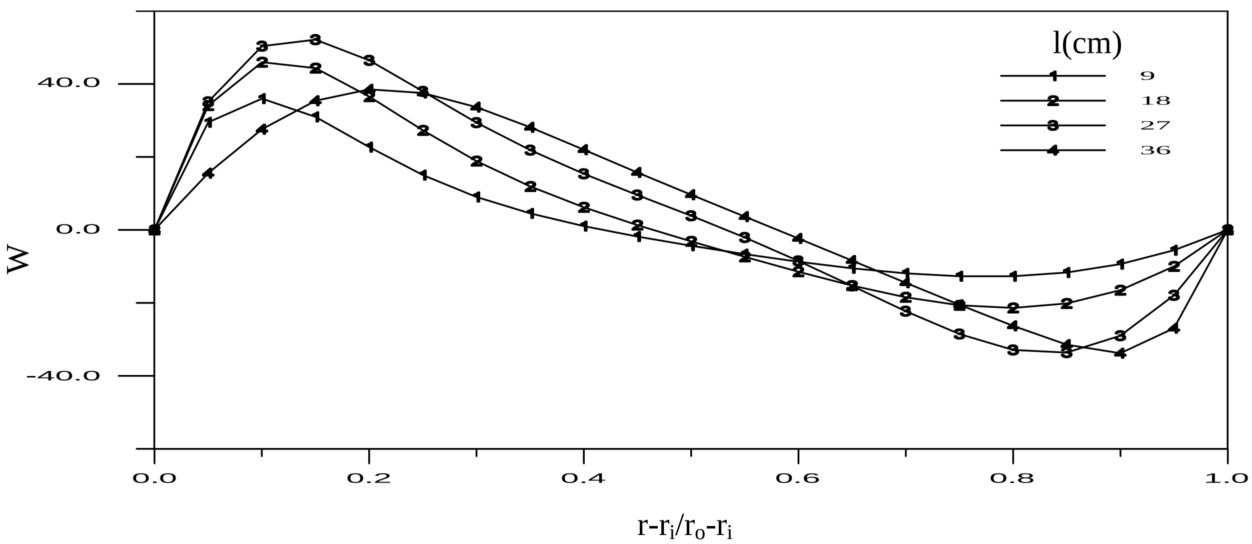
**$R_o$=2.3 (ج) $R_o$=2.0 (ب) $R_o$=1.7 (أ)**




-أ-



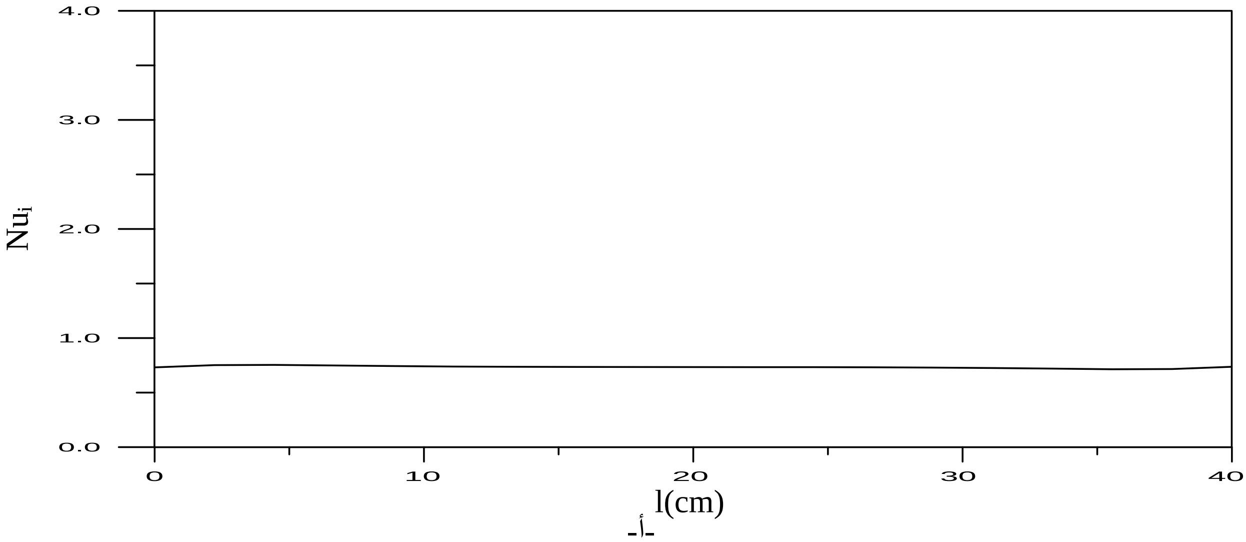

-ب-



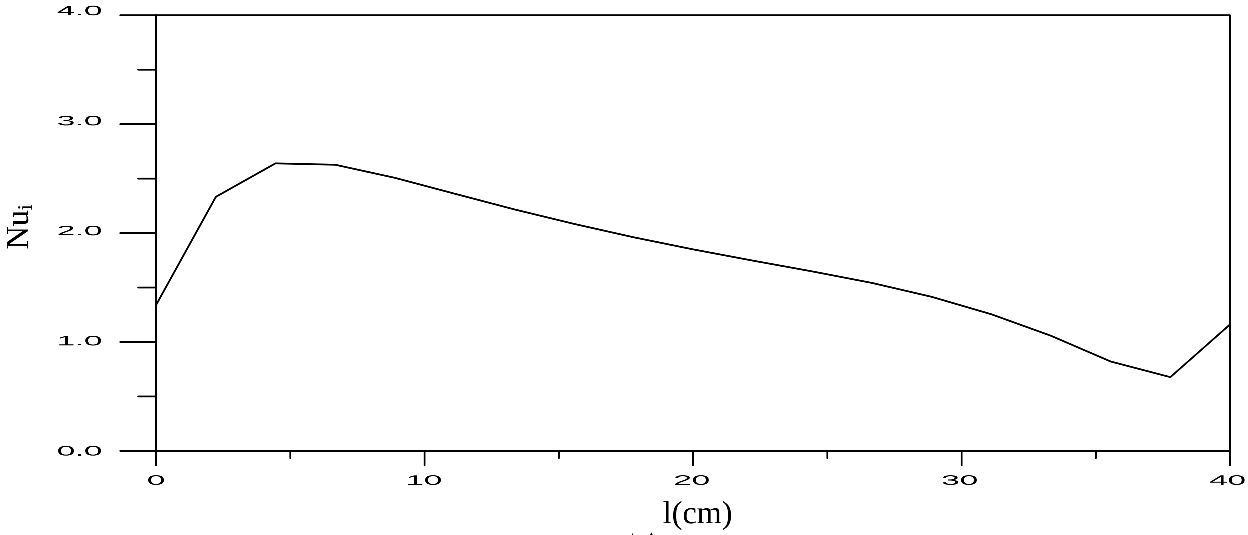

-ج-

**شكل (11) تغير مركبة السرعة المحورية خلال الفجوة عندما (Ra=5822)**

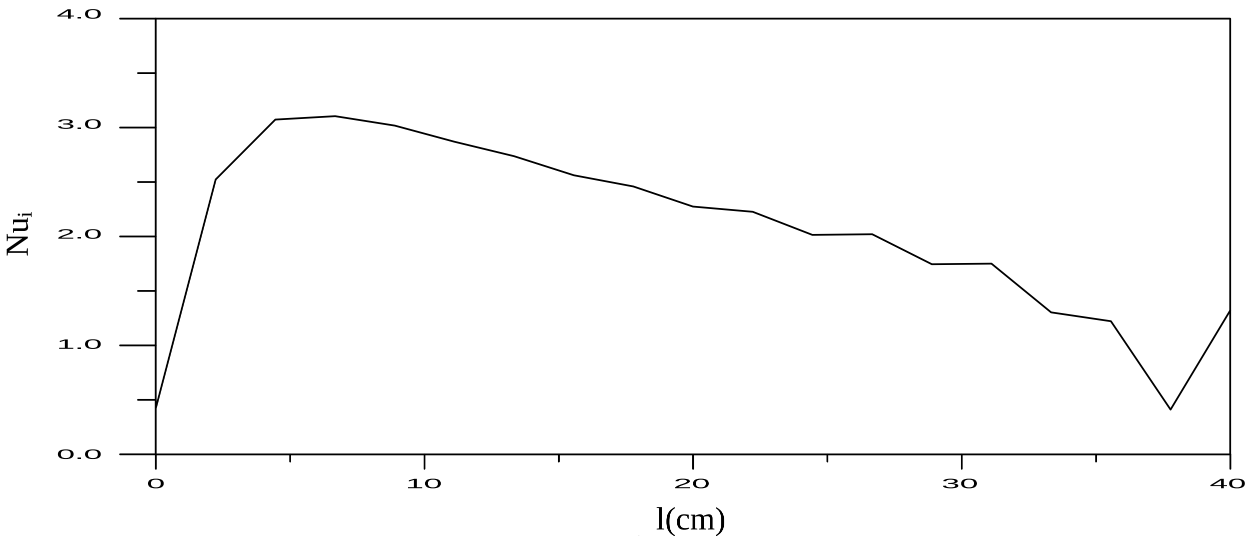
**(أ) $R_o$=1.7 (ب) $R_o$=2.0 (ج) $R_o$=2.3**




-أ-



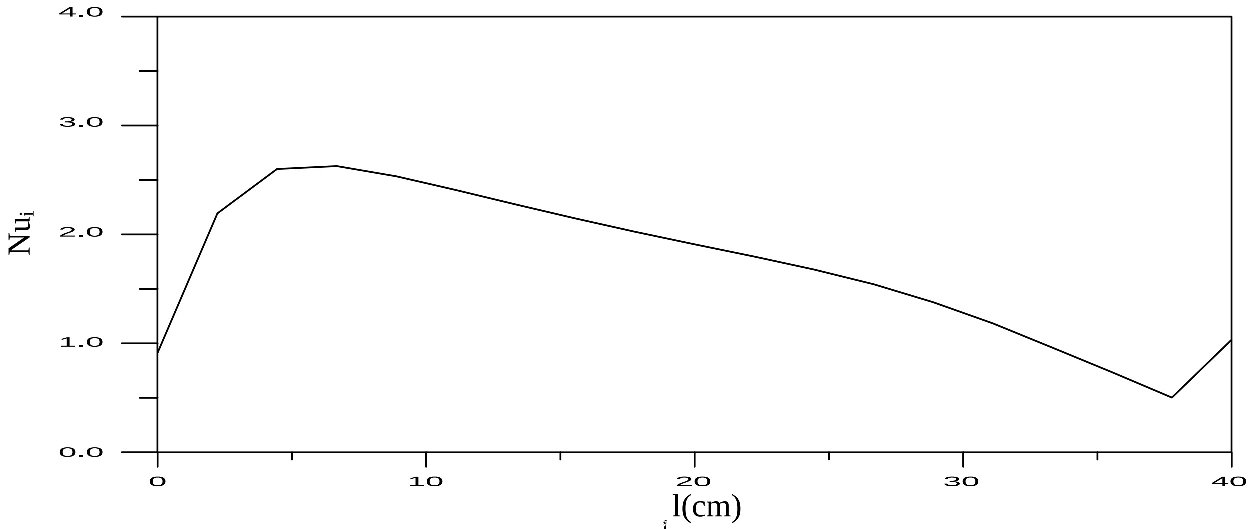

-ب-



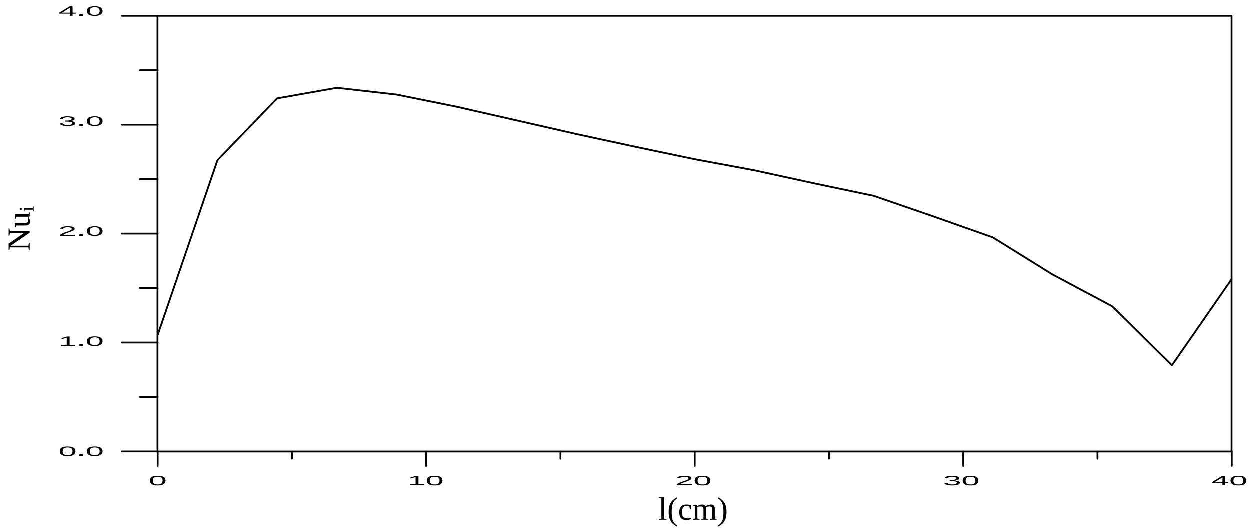

-ج-

**شكل (12) تغير عدد نسلت الموضعي خلال الفجوة عندما ($R_o$=1.7)**

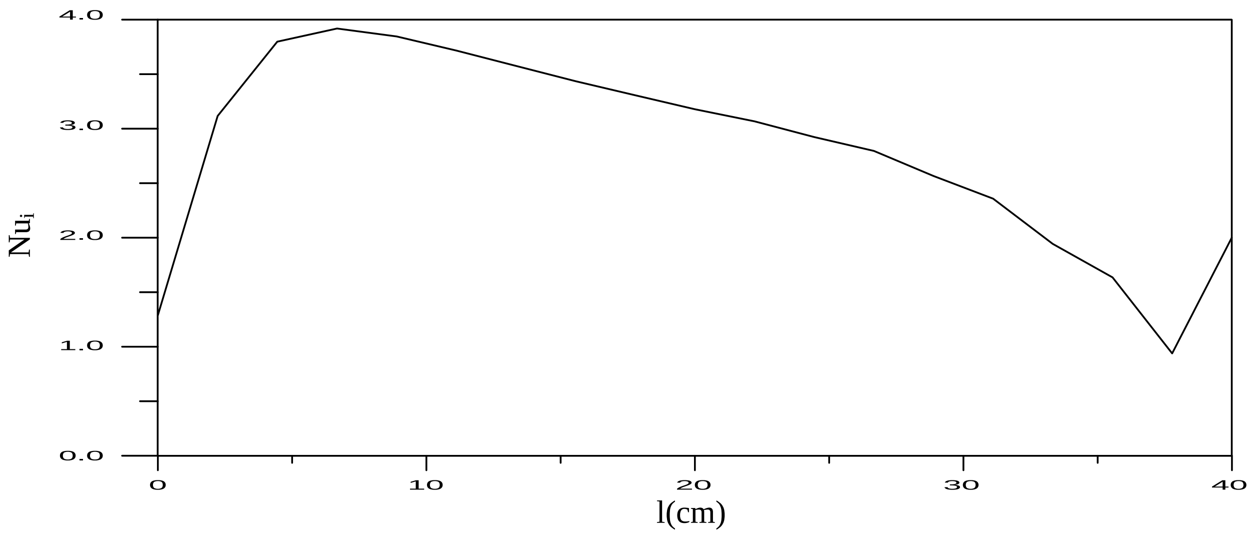
**(أ) Ra=71 (ب) Ra=2414 (ج) Ra=29820**




-أ-




-ب-




-ج-

**شكل (13) تغير عدد نسلت الموضعي خلال الفجوة عندما Ra=5822**

**(أ) $R_o$=1.7 (ب) $R_o$=2.0 (ج) $R_o$=2.3**

# A THEORETICAL STUDY ON NATURAL CONVECTION IN A CONCENTRIC VERTICAL ANNULUS


**Mohanned A. AL-Thahe** — Phr. Ass. — Engineering College — Tikreet University

**Dr.Sami Retha Aslan** — Lecturer — Engineering College — Tikreet University

**Manar S. Mahdi** — Msc. Student — Engineering College — Tikreet University



## ABSTRACT

The research include a theoretical study of natural laminar study convection heat transfer in a vertical annuls, the surfaces were at constant temperature and the inner cylinder temperature is higher than the outer cylinder temperature. The air used as a working fluid in the annulus. Rayleigh Number was ($71 \le \mathrm{Ra} \le 5 \times 10^4$) and the radius ratio were (1.7, 2.0 and 2.3). Alternating direct implicit method (ADI) was used to solve the governing equations numerically, the governing equations were transformed into vorticity-stream function formula then transformed into algebraic equations using finite difference method. The results were declared by using contour diagrams which represent streamlines and isotherms also the results were declared by velocity and temperature distribution through the annulus and local Nusselt number along the inner cylinder.

It was found in this research that heat transfer by conduction in low Rayleigh Number, also increasing the thermal boundary layer around the inner cylinder as the fluid moves up

while the thermal boundary layer on the outer cylinder increases as the fluid moves down.

**KEY WORDS**

Natural convection, heat transfer, vertical annulus, radius ratio.