مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -69)

دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الحر
من اسطوانتين متوازيتين أفقيتين محاطتين باسطوانة دائرية

محمود حسين علي

مدرس مساعد

قسم الهندسة الميكانيكية - جامعة تكريت

الخلاصة

أنجز في هذا البحث دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الحر ثنائي البعد في الحالة المستقرة من اسطوانتين متوازيتين أفقيتين ضمن حيز أسطواني. تسخن الاسطوانتين الداخليتين في حالة ثبوت درجة حرارة السطح وتتماثلان تماماً بينما تبرد الاسطوانة الخارجية في حالة ثبوت درجة حرارة السطح أيضاً. استخدم نظام الإحداثيات المطابقة للحدود في حل المعادلات الحاكمة. تم حل معادلتي دوامية-دالة انسياب والطاقة باستخدام طريقة الفروقات المحددة الواضحة(Explicit) أما معادلة دالة الانسياب فتم حلها باستخدام طريقة التكرار المتعاقب. تمت دراسة (20) حالة مختلفة تمثل تأثير تغير موقع الاسطوانتين الداخليتين أفقيا وعمودياً ضمن الاسطوانة الخارجية على انتقال الحرارة وقوة الطفو المسببة للجريان ولمدى أعداد رالي بين (1,000-25,000). وقد مثلت النتائج بشكل مخططات ثبوت درجة الحرارة ودالة الانسياب وعدد نسلت الموضعي والمعدل. تبين ان موقع الاسطوانتين الداخليتين يؤثر بصورة فعالة على انتقال الحرارة وحركة المائع ضمن الحيز.وقد اظهرت النتائج بان معدل عدد نسلت يزداد بزيادة المسافة الافقية بين الاسطوانتين الداخليتين في أعداد رالي الواطئة بينما يحصل العكس في اعداد رالي العالية، اما بحركة الاسطوانتين الداخليتين باتجاه قعر الاسطوانة الخارجية فان معدل عدد نسلت يزداد في جميع اعداد رالي. وقد تم تحديد الموقع الذي يحصل فيه أقصى معدل لانتقال الحرارة والموقع الذي يحصل فيه أدنى معدل لانتقال الحرارة عند كل عدد رالي بحيث يمكن الاستفادة منه في عملية العزل لمنع تسرب الحرارة أو في عملية التبريد لزيادة انتقال الحرارة.

الكلمات الدالة: الحمل الحر، اسطوانتين أفقيتين، دراسة عددية.

المقدمة

لقد اكتسبت معرفة توزيع مجال الجريان ومجال الحرارة ضمن حيز مغلق (حمل طبيعي) ولأشكال هندسية عديدة أهمية كبيرة وذلك لأهميته الواسعة في الصناعة وتطبيقاته الكثيرة في مجالات متعددة مثل عزل مستقبلات المجمع الشمسي وعزل خطوط الأنابيب المدفونة تحت الأرض وأنظمة التبريد في المفاعلات النووية. وقد لوحظ بان الكابلات المدفونة تحت الارض والتي تستخدم لنقل الطاقة الكهربائية ذات الضغط العالي المبردة بالغاز المضغوط تتدلى نتيجة التمدد الحراري مما يؤدي إلى تغيُر تمركز السلك في مركز الأنبوب ويتغير تبعاً لذلك معدل انتقال الحرارة[2,1]. وقد حظي انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي خلال الفجوة المحصورة

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -69)

بين اسطوانة داخلية مسخنة متمركزة او غير متمركزة في حيز اسطواني بالعديد من البحوث والدراسات الشاملة والوافية. ومن ابرز هذه الدراسات دراسة (Kuhen & Goldstein)[1] النظرية والعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر بين اسطوانتين متمركزتين والدراسة العددية التي قام بها (Charrier وآخرون)[2] لذات الحالة علاوة على الدراسة العددية للحمل الحر الطباقي والاضطرابي من قبل (Farouk & Guceri)[3].

بالنسبة لانتقال الحرارة بالحمل الحر لاسطوانتين غير متمركزتين فقد انجز (Kuhen & Goldstein)[4] دراسة عملية وانجزت دراسات عددية من قبل (Cho وآخرون)[5] و(Prusa & Yao)[6] و(Guj & Stella)[7] أما (Naylor وآخرون)[8] فقدموا دراسة عملية ونظرية لانتقال الحرارة بين اسطوانتين غير متمركزتين. اما الحالة الانتقالية لانتقال الحرارة بالحمل الحر لمسألة الفجوة الحلقية الأفقية قد درست من قبل (Tsui & Tremblay)[9]. أما بالنسبة لأشكال هندسية اعقد مما تم عرضه فقد أنجز (Shu وآخرون)[10] دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الحر من اسطوانة دائرية أفقية غير متمركزة داخل حيز مربع الشكل وبيّن تأثير مقدار اللامركزية على معامل انتقال الحرارة.

أما فيما يخص شكل هندسي معقد كاسطوانتين دائريتين أفقيتين محاطتين بحيز اسطواني دائري والذي هو موضوع الدراسة الحالية ومن خلال مراجعة وافية للبحوث المتوفرة المنشورة في مجال انتقال الحرارة في الدوريات المتاحة ومواقع الانترنيت فلم نتمكن من الحصول على بحوث تتناول هذه الحالة سوى بحث واحد لشكل هندسي قريب وهو يتناول حساب إجهاد القص على سطحي اسطوانتين أفقيتين متماستين محاطتين باسطوانة خارجية متماسة معهما أيضا أي قطر الاسطوانة الخارجية يساوي مجموع قطري الاسطوانتين الداخليتين والذي أنجز من قبل (النداوي)[11] وبناءاً على ما جاء في توصيات هذا المصدر فقد تم إعداد فكرة البحث الحالي. يقصد بالتعقيد في الشكل الهندسي عدم تطابق حدود الشكل الهندسي مع خطوط الإحداثيات لأحد الأنظمة المعتادة كالإحداثيات الكارتيزية او الأسطوانية مما يعقد إمكانية التعبير عن الشروط الحدودية بشكل يسير دون اللجوء إلى طرائق الاستكمال التي تؤدي إلى فقدان الدقة في النتائج، ولتجاوز هذه الصعوبات تم في هذا البحث استخدام نظام من الإحداثيات تسمى (الإحداثيات المطابقة للحدود Boundary Fitted Coordinate) وتكتب اختصاراً(BFC) حيث يمكن بواسطة هذه الاحداثيات التعبير عن الشروط الحدودية بسهولة ويسر من خلال مطابقة حدود الشكل الهندسي مع الاحداثيات وتتطلب هذه الاحداثيات تحويل المعادلات التفاضلية الحاكمة والشروط الحدودية أيضا إلى هذه النظام من الإحداثيات والتي تحول فيما بعد الى معادلات جبرية يمكن حلها بالطرائق العددية المعتادة.

النموذج الرياضي والمعادلات الحاكمة

يوضح الشكل(أ-1) الشكل الهندسي المستخدم في البحث الحالي والذي يتكون من اسطوانتين دائريتين افقيتين متوازيتين قطر كل منهما(d) محاطتين باسطوانة ثالثة دائرية الشكل قطرها (D)، يبعد مركز كل اسطوانة من

الاسطوانتين الداخليتين عن مركز الاسطوانة الخارجية مسافة افقية مقدارها (Sx) ومسافة شاقولية مقدارها (Sy) ويتناظر موقع هاتين الاسطوانتين حول الخط الشاقولي المار بمركز الاسطوانة الخارجية. وقد تم تثبيت الاحداثيات في مركز الاسطوانة الخارجية. درجة حرارة سطح الاسطوانة الخارجية ثابتة مقدارها (To) ودرجة حرارة السطح لكل من الاسطوانتين الداخليتين هي (Ti) وتبقى ثابتة ايضاً. ولاجل الحصول على النموذج الرياضي لانتقال الحرارة بالحمل الحر في الشكل الهندسي الحالي يفترض ان حركة المائع وتوزيع درجة الحرارة ثنائية البعد(2-D) أي لاتوجد تغيرات في الاتجاه المحوري والمائع احتكاكي ولزج وغير انضغاطي وخواصه ثابتة مع درجة الحرارة. اما التغير في الكثافة يتم تقريبه باستخدام فرضية (Boussinesq)[9].

للحصول على توزيع درجة الحرارة ومجال الجريان في الحمل الحر يجب حل معادلات تفاضلية جزئية متقارنة (Coupled Partial Differential Equations) مشتقة استناداً على مبدأ حفظ الكتلة والزخم والطاقة والتي تكتب بالشكل الآتي[9]:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\upsilon\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=\upsilon\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-g\left[1-\beta(T-T_o)\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad \ldots(4)$$

على الرغم من ان الموضوع يتناول انتقال الحرارة في الحالة المستقرة يتم الإبقاء على حد الزمن في المعادلات الحاكمة لاستخدام تقنية الزحف الزمني (Time Marching) في حل هذه المعادلات وصولاً الى حالة الاستقرار[12]، ومن مميزات هذه الطريقة استقرارية الحل العددي. يتم حذف حد انحدار الضغط في معادلتي الزخم(3 2) عن طريق الاشتقاق المتعاكس لهاتين المعادلتين وذلك باشتقاق المعادلة (2) نسبة إلى (y) والمعادلة (3) نسبة الى (x) وطرح إحداهما من الاخرى فيتم الحصول على معادلة نقل الدوامية وبعد التعويض عن مركبتي السرعة الافقية والعمودية بدلالة دالة الانسياب وترتيب المعادلة وإعادة كتابتها بدلالة المقادير اللابعدية تكون الصيغ النهائية للمعادلات الحاكمة اللابعدية بالشكل الاتي:

$$\Omega=-\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Omega}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Omega}{\partial Y}=Ra\ Pr\frac{\partial\phi}{\partial X}+Pr\left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\phi}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\phi}{\partial Y}=\frac{\partial^2\phi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial Y^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

والمقادير اللابعدية هي كالآتي:

$$X=\frac{x}{d},\quad Y=\frac{y}{d},\quad U=\frac{ud}{\alpha},\quad V=\frac{vd}{\alpha},$$

$$\Psi=\frac{\psi}{\alpha},\quad \Omega=\frac{\omega d^2}{\alpha}$$

$$\Pr=\frac{\upsilon}{\alpha},\qquad Ra=\frac{g\beta(T_i-T_o)d^3}{\upsilon\alpha},$$

$$\phi=\frac{T-T_o}{T_i-T_o},\quad \tau=\frac{\alpha t}{d^2}$$

حيث (Ra) يمثل رقم رالي (Rayliegh Number)

و(Pr) رقم برانتل (Prandtl Number) و(ω) يمثل الدوامية والتي تعرف بالمعادلة ($\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$) اما مركبتي السرعة الافقية والعمودية بدلالة دالة الانسياب فهي $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ و $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$

بالنسبة للشروط الحدودية والابتدائية فان تقنية الزحف الزمني تتطلب تحديد قيم اولية للمتغيرات للبدء بحل هذه المعادلات في اتجاه محور الزمن أي عند الزمن (τ=0) وهو ما يعرف بالشروط الابتدائية للمسألة ويعبر عنها رياضياً بالصورة الاتية:

$$\Omega = \phi = \psi = 0 \qquad at\, \tau = 0$$

والشروط الحدودية على سطحي الاسطوانتين الداخليتين وسطح الاسطوانة الخارجية يعتمد على شروط عدم الانزلاق وعدم النفاذية بالنسبة للزخم وثبوت درجة الحرارة، ويمكن التعبير عن هذه الشروط الحدودية بدلالة المقادير اللابعدية كالآتي:

عند سطح كل من الاسطوانتين الداخليتين

$$U = V = \Psi = 0, \quad \phi = 1$$

عند سطح الاسطوانة خارجية

$$U = V = \Psi = 0, \quad \phi = 0$$

ولان الشكل الهندسي لمسألة البحث الحالي متناظر حول الاحداثي الشاقولي المار بمركز الاسطوانة الخارجية لذلك فمن المنطقي استخدام نصف المجال في الحل ويترتب على ذلك الشروط الحدودية الآتية عند خط التناظر:

$$U = \Psi = \Omega = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0$$

اما الشروط الحدودية للدوامية على سطحي الاسطوانتين الداخليتين وعلى سطح الاسطوانة الخارجية فتكون مجهولة لاعتمادها على انحدار السرعة لذلك يمكن الحصول على الدوامية عند السطح لاستخدامها في محاولة لاحقة بعد حساب توزيع دالة الانسياب ومن ثم حساب السرع الأفقية والعمودية وانحدارها على السطح وتعويضها في معادلة الدوامية ، ويبين الشكل (ب-1) الجزء المستخدم في الحل والشروط الحدودية للمسألة. ونظراً للتماثل التام بين الاسطوانتين الداخليتين سيتم اعتماد مصطلح الاسطوانة الداخلية للإشارة إلى كليهما.

طريقة الحل

يتم تحويل الاحداثيات من المجال الفيزيائي(x,y) الى احداثيات عامة (ζ,η) مطابقة لحدود الشكل الهندسي ومتعامدة في المجال الحسابي كما موضح في الشكل(2). ويفترض ان تكون هناك علاقة قيمة وحيدة بين الاحداثيات العامة والاحداثيات الفيزيائية والذي تكتب بالشكل الاتي:

$$\eta = \eta(x,y), \zeta = \zeta(x,y) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

وباستخدام دالة تحويل مناسبة فانه يمكن إنشاء الشبكة في المجال الفيزيائي وكذلك فانه يمكن من هذه الدالة (العلاقة بين المجال الفيزيائي والحسابي) تحويل المعادلات الحاكمة الحاوية على المشتقات الجزئية الى معادلات مناظرة في المجال الحسابي[14,13].

وقد استخدم في البحث الحالي معادلة تفاضلية كعلاقة بين الاحداثيات العامة والاحداثيات الفيزيائية وهي معادلة بويسن (Poisson) والتي تكتب بالشكل الآتي[15,14,13]:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = P(\zeta,\eta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9\text{-a})$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\zeta,\eta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9\text{-b})$$

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -69)

حيث $Q(\zeta,\eta), P(\zeta,\eta)$ هما دوال السيطرة على توزيع وتنعيم خطوط الشبكة وللحصول على إحداثيات(x,y) بدلالة (ζ,η) يتم عكس المتغيرات في المعادلة (9) فتنتج المعادلات:

$$\left(\sigma\frac{\partial^2 x}{\partial\zeta^2}-2\delta\frac{\partial^2 x}{\partial\zeta\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2 x}{\partial\eta^2}\right)\Big/J^2=-\left[\frac{\partial x}{\partial\zeta}P(\zeta,\eta)+\frac{\partial x}{\partial\eta}Q(\zeta,\eta)\right] \quad ....(10\text{-a})$$

$$\left(\sigma\frac{\partial^2 y}{\partial\zeta^2}-2\delta\frac{\partial^2 y}{\partial\zeta\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2 y}{\partial\eta^2}\right)\Big/J^2=-\left[\frac{\partial y}{\partial\zeta}P(\zeta,\eta)+\frac{\partial y}{\partial\eta}Q(\zeta,\eta)\right] \quad .....(10\text{-b})$$

حيث

$$\sigma=\left(\frac{\partial x}{\partial\eta}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial\eta}\right)^2,$$

$$\gamma=\left(\frac{\partial x}{\partial\zeta}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial\zeta}\right)^2,$$

$$\delta=\frac{\partial x}{\partial\zeta}\frac{\partial x}{\partial\eta}+\frac{\partial y}{\partial\zeta}\frac{\partial y}{\partial\eta},$$

$$J=\frac{\partial x}{\partial\zeta}\frac{\partial y}{\partial\eta}-\frac{\partial x}{\partial\eta}\frac{\partial y}{\partial\zeta}$$

يتم تحويل المعادلات التفاضلية الجزئية الحاكمة لمسألة انتقال الحرارة بالحمل الحر من الإحداثيات الفيزيائية الى الإحداثيات الجديدة بدلالة المتغيرات (ζ,η) لكل حد من حدود هذه المعادلات وذلك باستخدام التحويلات المشتقة من المعادلة (10) [15,14,13]. وعليه تصبح المعادلات الحاكمة (7,6,5) في الاحداثيات (ζ,η) كالاتي:

$$\left(\sigma\frac{\partial^2\Psi}{\partial\zeta^2}-2\delta\frac{\partial^2\Psi}{\partial\zeta\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2\Psi}{\partial\eta^2}\right)\Big/J^2=-\Omega \quad ....(11)$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\left(-\frac{\partial\Psi}{\partial\zeta}\frac{\partial\Omega}{\partial\eta}+\frac{\partial\Psi}{\partial\eta}\frac{\partial\Omega}{\partial\zeta}\right)\Big/J=\Pr\left(\sigma\frac{\partial^2\Omega}{\partial\zeta^2}-2\delta\frac{\partial^2\Omega}{\partial\zeta\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2\Omega}{\partial\eta^2}\right)\Big/J^2+$$
$$Ra\,Pr\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\frac{\partial y}{\partial\eta}-\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\frac{\partial y}{\partial\zeta}\right)\Big/J \quad ......(12)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\tau}+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\zeta}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}-\frac{\partial\Psi}{\partial\eta}\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)\Big/J=\left(\sigma\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}-2\delta\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2}\right)\Big/J^2 \quad ....(13)$$

يعرف عدد نسلت الذي يعطي علاقة لابعدية يمكن من خلالها حساب معامل انتقال الحرارة كالآتي:

$$Nu=\frac{hd}{k} \quad ....(14)$$

ويكون عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية بدلالة المتغيرات اللابعدية بالشكل آلاتي:

$$Nu=-\left.\frac{\partial\phi}{\partial R}\right|_{R=R_i} \quad ....(15)$$

حيث (R) يمثل نصف قطر لابعدي ويساوي ($R=r/d$) وبما أن سطح الاسطوانة يمثل خط (ζ) ثابت ولكون درجات الحرارة على طول جدار الاسطوانة ثابتة ومتساوية فان انحدار درجة الحرارة بدلالة الاحداثيات (ζ,η) يكون كمايلي[16]:

$$\frac{\partial\phi}{\partial R}=\left(\sqrt{\gamma}\,\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)\Big/J \quad ....(16)$$

أما متوسط عدد نسلت فيتم حسابه من تكامل عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة من التكامل الآتي:

$$\overline{Nu}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}Nu_\theta.d\theta \quad ....(17)$$

يمكن حل معادلتي الدوامية -دالة انسياب والطاقة (13,12) بإسلوب الطريقة الواضحة (Explicit) وصولاً الى حالة الاستقرار [13,12] وذلك لكونهما من نوع القطع المكافيء بالنسبة للزمن.

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -69)

اما معادلة دالة الانسياب (11) فيتم حلهـا باسـتخدام طريقة التكرار المتعاقب ضمن كل خطوة زمنية.

لاثبات امكانية استخدام نظـام الإحـداثيات المطابقة للحدود (BFC) للحصول على نتائج موثوقة واختبار فاعلية البرنامج الذي اعد لهذا الغرض فقـد ارتأينا مقارنة نتائجنا مع نتائج بحوث منشورة سابقاً، ولما لم يتم الحصول على بحوث مشابهة كما تمـت الاشارة اليه سابقاً فقد قورنت نتائج اختبارية مع نتائج المصدر [8] والذي يدرس حالة الحمـل الحـر مـن اسطوانة لامتمركزة افقياً ضمن اسـطوانة خارجيـة نسبة القطر بينهما (Δ/δ=2.6) ونـسبة اللامركزيـة ($\frac{Sx}{(D-d)/2} = 0.6$) فتم حساب معدل انتقال الحـرارة بصيغة الموصلية المكافئـة (K_{eq}) ولاعـداد رالـي مختلفة وقورنت مع نتائج هذا المصدر والـشكل (4) يبين ذلك وكما يتضح منه تطابق النتائج الى حد يمكن وصفه بالممتاز. كما وقورن توزيع درجة الحـرارة ودالة الانسياب المحصلة من البرنامج الحـالي مـع نتائج المصدر[1] والذي يدرس الحمـل الحـر مـن اسـطوانتين متمركـزتين نـسبة القطـر بينهمـا (Δ/δ=2.6) وجلي من الشكل (5) توافق نتائجنا مـع ما تم عرضه في هذا المصدر. وما سـبق عرضـه يؤكد كفاءة الطريقة المـستخدمة وفاعليـة برنـامج الحاسوبي المعد للحصول على نتائج الحـل العـددي للمعادلات الحاكمة للحمـل الحـر باسـتخدام نظـام الإحداثيات المطابقة للحدود.

تم حل المعادلة (10) للحصول على شـبكة العقد التي تمثل الشكل الفيزيائي لمسألة البحث الحالي في الإحداثيات (ζ, η) وذلك بتحديد إحداثيات حـدود الشكل الهندسي من خلال تمثيل اسطح الاسـطوانات بقيمة ثابتة من الإحداثيات (ζ,η) كما مبين في الشكل (3) وباستخدام قيم صفرية لدوال السيطرة (P,Q) أي تم حـل معادلـة لابـلاس (Λαπλαχε) لغـرض الحصول على تعامد افضل[13] ،وقد استخدمت (91) تقسيمة بالاتجاه المماس لسطح الاسـطوانة الداخليـة (الاتجاه ζ) و(51) تقسيمة بالاتجاه العمودي على (ζ) (الاتجاه η) وتم اختيار هذه القيم وشكل شبكة العقـد بعد دراسة مستفيضة لتأثيرها على استقرارية النتائج وبالتحديد معدل عدد نـسلت. واسـتخدمت طريقـة التكرار المتعاقب وبدقة ($1x10^{-5}$) لحـل المعـادلات الجبرية الناتجة من تقسيم المعادلـة (10) باسـتخدام طريقة الفروقات المحددة. استخدمت خطـوة زمنيـة ($\Delta\tau$) مقدارها ($1x10^{-5}$). وحددت دقـة ($1x10^{-4}$) كاقصى قيمة للنسبة المئوية لفرق درجات الحـرارة بين خطوة زمنية وأخرى للتأكد من الاقتراب من حالة الاستقرار. ولزيادة دقة النتائج فان العمليات الحسابية تستمر لحين الحصول على فرق اقل مـن ($1x10^{-3}$) بين معدل عدد نسلت على الاسطوانة الداخلية ومعدل عدد نسلت على الاسطوانة الخارجية وعندها تتوقـف العمليات التكرارية باعتبار تم الوصول الـى حالـة الاستقرار. وتراوحت عدد الخطوات الزمنية المؤدية الى النتـائج بـين ($9x10^{3}$) و($60x10^{3}$) خطـوة. وحددت دقة ($1x10^{-3}$) لتوقف العمليـات التكراريـة لحساب توزيع دالة الانسياب ضمن كل خطوة زمنية.

النتائج والمناقشة

تمت دراسة تأثير تحريك الاسطوانتين الداخليتين افقياً وعمودياً على توزيع درجات الحرارة وحركة المائع عند أعداد رالي مختلفة. اذ استخدمت ثلاث قيم مختلفة من المسافة الافقية (Sx) (d,1.25d,1.5d) بثبوت المسافة العمودية (Sy) عند

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51- 69)

صفر. وقيمتين للمسافة العمودية (Sy) هما (-0.5d,0.5d) بثبوت المسافة الافقية (Sx) عند (1.25d) وعند اعداد رالي مختلفة هي (25000 , 1000 , 5000 , 10000) أي ما مجموعه (20) حالة. كانت نسبة القطر بين الاسطوانة الخارجية والاسطوانة الداخلية (D/d=5). والفقرات اللاحقة تمثل عرضاً للنتائج التي توصلنا اليه.

تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على مجال الجريان

سيعتمد خلال المناقشة كلمة دوامية موجبة للتدويم مع عقرب الساعة ودوامية سالبة للاشارة الى التدويم عكس عقرب الساعة. يبين الطرف الايسر في كل جزء من الشكل(6) تاثير المسافة (Sx) وعدد رالي على توزيع دالة الانسياب بثبوت (Sy) عند صفر. عندما يكون عدد رالي (Ra=1,000) وتكون المسافة الافقية(Sx=d) يلاحظ نشوء دوامتين متعاكستين، القريبة من خط التناظر الشاقولي تكون موجبة والأخرى سالبة وبزيادة المسافة الافقية الى (1.25d) فان الدوامة الموجبة تزداد شدة ويكبر حجمها ويتحرك جزء منها نحو الاسفل اما الدوامة السالبة فانها تقل شدة وتتخصر بحيث تظهر بداية انقسامها الى دوامتين احداها فوق الاسطوانة الداخلية والاخرى اسفلها لان اندفاع الاسطوانة الداخلية باتجاه جدار الاسطوانة الخارجية يؤدي الى حصر الجريان بينهما ويمنع خطوط الدوامة السالبة من تكملة مسارها مشكلاً بذلك نواة دوامة جديدة تتطور لتصبح دوامة كاملة اسفل الاسطوانة الداخلية عند (Sx=1.5d). بالنسبة لعدد رالي (Ra=5,000) فان الشكل العام لتأثير المسافة (Sx) يكون نفسه تقريباً عدا ان القيمة العظمى لدالة الانسياب للدوامة الموجبة والسالبة تتغير وكما مبين في الجدول (1) ويعزى هذا السلوك الى زيادة قوة الطفو وحركة المائع بسبب زيادة عدد رالي. عند زيادة عدد رالي الى (10,000) يبدأ تخصر وانقسام الدوامة السالبة عند القيمة الاخيرة للمسافة الافقية (Sx) لان زيادة عدد رالي يساعد على زيادة انتقال الحرارة وزيادة قوة الطفو مما يسرع حركة الحمل ويحول دون تكوّن دوامة اخرى الا عندما يكون المجال ضيقاً جداً وهذا الشرط يتوفر عندما تكون (Sx=1.5d) اما بالنسبة للدوامة الموجبة فانها تزداد شدة مع زيادة المسافة الافقية. بزيادة عدد رالي الى (Ra=25,000) يتلاشى أي انقسام للدوامة السالبة او ميلها للانقسام لزيادة حركة الطفو اما الدوامة الموجبة فتقل شدتها.

اما تأثير المسافة العمودية (Sy) بثبوت المسافة الافقية (Sx) عند (1.25d) على حركة المائع قيمكن ملاحظته من خلال الشكل (7). فعند رالي (Ra=1,000) يلاحظ نشوء دوامة موجبة تزداد في الشدة والحجم مع تغير (Sy) من (0.5d) الى (-0.5d) وذلك لتوفر المجال الكافي لها. فعند (Sy=0.5d) تنشأ دوامة سالبة وتتشكل نواة لانقسامها فوق الاسطوانة الداخلية وتزداد شدة عندما تكون المسافة (Sy=0) ويظهر فيها الانقسام واضحاً وعندما تصبح المسافة (Sy=-0.5) تضمحل الدوامة السالبة السفلية لعدم توفر ما يؤهلها للبقاء حيث ان التيار الساخن الصاعد يتسخن اكثر نتيجة ملامسته لجدار الاسطوانة الداخلية ويستمر في مساره دون نزوله إلى الأسفل لتكوين دوامة اخرى. يلاحظ تقريباً نفس التصرف بالنسبة لتوزيع دالة الانسياب والدوامات عندما يكون عدد رالي (Ra=5,000) ولكن تزداد شدة الدوامات ويمكن ملاحظة أقصى قيم

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51-69)

لدالة الانسياب في الجدول(1)، اما عندما يكون عدد رالي (Ra=10,000) فان الدوامة السالبة تكون اسفل مستوى مركز الاسطوانة الداخلية عند (Sy=0.5d) وتتلاشى الدوامة السالبة السفلية ابتدأ من (Sy=0) بخلاف ما سبق من اعداد رالي وهذا ناتج من زيادة انتقال الحرارة الذي يتبع زيادة عدد رالي وهذا الشيء يتضح اكثر عند (Ra=25,000) حيث لاوجود سوى لدوامة سالبة واحدة مركزها اسفل مستوى مركز الاسطوانة الداخلية بقليل عند (Sy=0.5d) ويصعد مركزها تدريجياً مع حركة الاسطوانة الداخلية نحو الأسفل .

تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على مجال درجات الحرارة

يمثل الطرف الايمن في جميع الاجزاء من الشكلين (7و6) خطوط ثبوت درجة الحرارة. يتضح من الشكل(6) تأثير المسافة الافقية (Sx) على توزيع درجات الحرارة لاعداد رالي مختلفة بثبوت المسافة العمودية (Sy) عند صفر. يلاحظ عند عدد رالي (Ra=1,000) تشابه خطوط ثبوت درجة الحرارة تقريباً لجميع قيم المسافة الافقية والشكل العام لتوزيع درجات الحرارة قريب من التوصيل وذلك لضعف خلايا الحمل نتيجة عدد رالي الواطئ عدا بالقرب من قمة الاسطوانة الداخلية والذي ينشأ عندها ريشة الطفو نتيجة انفصال الطبقة المتاخمة ويتغير ميلان قمة ريشة الطفو بشكل طفيف باتجاه خط التناظر وتتوسع قمتها تدريجيا إما بزيادة عدد رالي فان حركة الحمل تنشط أكثر ويتشوه التوزيع المنتظم لدرجات الحرارة ويحصل تموج في درجات الحرارة في المنطقة المحصورة بين الاسطوانة الداخلية والخارجية في الجهة المقابلة لخط التناظر ويكون هذا التأثير واضحاً عند (Sy=d) لقلة الإعاقة لحركة الحمل مشيراً إلى بوادر زيادة نشاط الحمل. علاوة على ذلك تتشكل منطقة شبه راكدة قريبة من الزاوية(180^o) للاسطوانة الخارجية مقاساً من قمتها فتكون الالية السائدة هي التوصيل، ومع زيادة عدد رالي الى (10,000) ومن ثم الى (25,000) فان تأثير تيارات الحمل يزداد ويكون هو السائد في عملية انتقال الحرارة وتتطور ريشة الطفو وتتوسع اكثر ويظهر انقلاب خطوط ثبوت درجات الحرارة بشكل اوضح واشد بالمقارنة مع الحالات السابقة. وتظهر مساهمة التوصيل فقط عندما تكون المسافة المحصورة بين الاسطوانتين الداخلية والخارجية ضيقة أي عند المسافة الافقية (Sx=1.25d) لانها تتسبب في اعاقة حركة الحمل.

يبين الشكل(7) تأثير تغير المسافة العمودية (Sy) على توزيع درجات الحرارة بثبوت المسافة الافقية(Sx) عند (1.25d)، فعند عدد رالي (Ra=1,000) فان توزيع درجات الحرارة يكون شبيها بالتوصيل ولجميع المسافات لضعف خلايا الحمل نتيجة عدد رالي الواطئ وبزيادة عدد رالي فان حركة الحمل تنشط فتكون ريشة الطفو اقوى وتتوسع قمتها بتغير (Sy) من (0.5d) الى (-0.5d) وتظهر بوادر انقلاب درجات الحرارة اسفل مستوى مركز الاسطوانة الداخلية في الجهة المقابلة لخط التناظر وبحركة الاسطوانة الداخلية نحو الاسفل فان موقع انقلاب درجات الحرارة يتحرك الى مستوى اعلى من مركز الاسطوانة الداخلية اذ انه يرافق حركة مركز الدوامة السالبة.وبالتحديد عند عدد رالي (25,000) فان انقلاب درجات الحرارة يكون على مدى اوسع حول محيط الاسطوانة الداخلية وبحركة الاسطوانة الداخلية نحو الاسفل أي تغير المسافة العمودية (Sy)

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -69)

فان انقلاب درجات الحرارة يكون اشد لان نطاق حركة المائع يكون أوسع بحيث أن المائع جميعه يكون تقريباً في حالة حركة وتقل المساحة الراكدة أسفل الاسطوانة الداخلية مما يزيد من انتقال الحرارة بالحمل في المستوى فوق مركز الاسطوانة الداخلية ويزداد التوصيل أسفلها لصغر المسافة وبالتالي نقصان المقاومة للتوصيل والذي يمكن ملاحظته من تغير عدد نسلت على محيط الاسطوانة الداخلية.

تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على عدد نسلت

تبين الأشكال من (8-10) توزيع عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية ولقيم مختلفة من عدد رالي بثبوت المسافة العمودية (Sy) عند صفر وتغير المسافة الافقية من (d) الى (1.5d). يلاحظ في جميع الأشكال ان توزيع عدد نسلت الموضعي عند عدد رالي (Ra=1,000) يكون أكثر انتظاماً لان الحالة تماثل التوصيل الحراري ويكون هو السائد في عملية انتقال لحرارة عدا القيمة الصغرى التي تلاحظ بالقرب من قمة الاسطوانة الداخلية في موقع حدوث ريشة الطفو. اما في اعداد رالي الاخرى (25,000-5,000) فعند المسافة الافقية (Sx=d) (شكل 8) فان عدد نسلت الموضعي يحصل فيه قمة في الموقع القريب من الزاوية (θ=150o) لوجود المجال الكافي لحركة خلايا الحمل في هذه المنطقة ويصل عدد نسلت الى ادنى قيمة محلية تقريباً عند الزاوية($\theta=255^o$) لعدد رالي (5,000) بازاحة (15^o) درجة تقريباً عند كل زيادة لعدد رالي وذلك لانفصال الطبقة المتاخمة في هذه المنطقة والتي تقلل من انتقال الحرارة.

اما عند المسافة الافقية (Sx=1.25d) (شكل 9) فتكون ادنى قيمة لعدد نسلت في الموقع الذي تحصل فيه ريشة الطفو وتقريباً عند الموقع الزاوي ($\theta=15^o$) لأعداد رالي (25,000-5,000) ويصل الى قيمة عظمى بالقرب من الزاوية ($\theta=165^o$). وتختفي القيمة الصغرى التي كانت تحدث بالقرب من خط التناظر نتيجة انفصال الطبقة المتاخمة كما هي عليه الحال عند المسافة الافقية (Sx=d). اما عندما تكون المسافة الافقية (Sx=1.5d) (شكل 10) فعند عدد رالي (5,000 و 10,000) يكون عدد نسلت عند ادنى قيمة له في قمة الاسطوانة الداخلية لحدوث ريشة الطفو في هذا الموقع ويكون مستوى عدد نسلت بشكل منتظم تقريباً وضمن المدى الزاوي (45-265) درجة باستثناء قيمة صغرى محلية عند ($\theta=100^o$) لعدد رالي (5,000) وعند (θ=110o) لعدد رالي (10,000) حيث يكون انتقال الحرارة بالتوصيل هو السائد اما عند عدد رالي (25,000) فانه يلاحظ قيمة صغرى عند ($\theta=90^o$) بسبب تقيد حركة الحمل في هذه المنطقة وقيمة صغرى اخرى عند ($\theta=220^o$) بسبب انفصال الطبقة المتاخمة بشكل اقوى من القيم الاخرى لعدد رالي.

اما عندما بتغير المسافة العمودية (Sy) الى (0.5d) مع ثبوت (Sx=1.25d) (شكل 11) فان عدد نسلت يكون عند قيمة صغرى له تقريباً في قمة الاسطوانة الداخلية ويكون الشكل العام لتغير عدد نسلت الموضعي في هذه الحالة مشابهاً تقريباً للشكل (9) ويمكن ملاحظة تشابه في توزيع درجات الحرارة بين هاتين الحالتين أيضاً.

اما عند (Sy=-0.5d) (شكل 12) فان عدد نسلت يكون في أدنى قيمة له عند ($\theta=10^o$) تقريباً ويلاحظ ارتفاع في مستوى عدد نسلت في الموقع الزاوي ($\theta=180^o$) تقريباً لحصول توصيل حراري ويهبط قليلا عند الموقع الزاوي ($\theta=250^o$) بسبب

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51-69)

انفصال الطبقة المتاخمة. عند ملاحظة هذا الشكل فان مستوى عدد نسلت عند عدد رالي (25,000) يكون أعلى من مستوى عدد نسلت عند بقية أعداد رالي وعند نفس رقم رالي في بقية الأشكال وهذا ناتج من زيادة تيارات الحمل وتغطيتها لمساحة واسعة من الحيز فوق الاسطوانة الداخلية والتي يمكن ملاحظتها من توزيع خطوط دالة الانسياب على حساب المساحة الراكدة اسفل الاسطوانة الداخلية نتيجة حركتها نحو الاسفل والتي من الممكن ان تساهم هي الاخرى في تقوية عملية التوصيل لانخفاض المقاومة ضد التوصيل وهذا مؤشر على تحسن انتقال بشكل لم يتم ملاحظته في الحالات السابقة.

تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على معدل عدد نسلت

يوضح الشكل(13) مقارنة لمعدل عدد نسلت مع عدد رالي لمواقع مختلفة للاسطوانة الداخلية، فعند ثبوت (Sy) عند صفر وبزيادة المسافة الافقية (Sx) يزداد معدل عدد نسلت عند عدد رالي (Ra=1,000) اذا يكون الحمل غير فعالاً لصغر عدد رالي فيلعب التوصيل دوراً اساسياً في انتقال الحرارة. بزيادة عدد رالي فان حركة الحمل تنشط ويضعف التوصيل الحراري فيتقارب معدل عدد نسلت عند القيم المختلفة للمسافة الافقية (Sx) حتى يكون الفرق طفيفاً جداً عند (Ra=10,000) وبزيادة عدد رالي اكثر فان الحالة تنعكس بحيث يزداد عدد نسلت مع نقصان المسافة الافقية والسبب في ذلك يعود الى زيادة حركة خلايا الحمل نتيجة زيادة عدد رالي وبتوفر المجال الكافي لخلايا الحمل للحركة اي بنقصان المسافة الأفقية (Sx) فان معدل انتقال الحرارة تزداد.

اما عند تغيّر المسافة العمودية من (0.5d) الى (-0.5d) بثبوت المسافة الافقية (Sx) أي بحركة الاسطوانة الداخلية نحو الأسفل فان معدل عدد نسلت يزداد ولجميع اعداد رالي، اذ ان تأثير ذلك يكون تقليل المساحة الراكدة اسفل الاسطوانة الداخلية والذي يحصل فية التوصيل من جهة ومن جهة اخرى فان نزول الاسطوانة الداخلية يؤدي الى زيادة المساحة التي تحصل فيها تيارات الحمل مما يزيد من انتقال الحرارة والتي تنشط اكثر بزيادة عدد رالي ويكون بصورة ملفتة للنظر عند عدد رالي (Ra=25,000). ومن خلال هذا الشكل يمكن تحديد أفضل موقع للاسطوانة الداخلية بحيث يمكن الحصول على اوطأ او اعلى قيمة لمعدل عدد نسلت وعند اعداد رالي مختلفة.

من خلال النتائج التي تم الحصول عليها تم التوصل الى علاقة ارتباطية لتغير عدد معدل نسلت بدلالة عدد رالي وموقع الاسطوانة الداخلية المتمثلة بالمسافة الافقية والعمودية (Sx) و (Sy) على التوالي والنسبة بين قطر الاسطوانة الخارجية الى الاسطوانة الداخلية وبمعامل ارتباط (R2=0.9812) وبالصيغة الاتية:

$$Nu = 2.095Ra^{0.2779} - \frac{291.325}{(Sx/d)^{0.000566}} + \frac{291.897}{(0.5D/d - Sy/d)^{0.0007961}}$$

الاستنتاجات

من خلال النتائج التي حُصل عليها يمكن التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

1- إمكانية استخدام نظام الاحداثيات المطابقة للحدود (BFC) بصورة فاعلة في حل المسائل ذات الأشكال الهندسية المعقدة

2- في أعداد رالي الواطئة فان الحمل والتوصيل يشتركان معاً في عملية انتقال الحرارة وبزيادة عدد رالي فان آلية الحمل يتضح أكثر ويكون

هو السائد في عملية انتقال الحرارة ويشترك التوصيل فقط عندما تكون الفجوة بين الاسطوانة الداخلية والاسطوانة الخارجية المعاكسة لخط التناظر ضيقاً بحيث لا مجال لخلايا الحمل للحركة بسهولة.

3 - عند اعداد رالي الواطئة($Ra < 10,000$) فان زيادة المسافة الافقية(Sx) يؤدي الى زيادة معدل عدد نسلت اما في اعداد رالي العالية فان الحالة تنعكس أي يقل معدل عدد نسلت مع زيادة المسافة الافقية بين الاسطوانتين الداخليتين أي اندفاعهما نحو الاسطوانة الخارجية.

4 - بحركة الاسطوانتين الداخليتين الى الاسفل أي تغير المسافة العمودية (Sy) فان معدل عدد نسلت يزداد في جميع اعداد رالي التي تمت دراستها وبشكل ملفت للنظر في أوطأ موقع للاسطوانتين الداخليتين عند عدد رالي (25,000).

5 - من خلال دراسة تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على انتقال الحرارة يمكن تحديد امثل موقع الذي يمكن من خلاله الحصول على أعلى أو أوطأ معدل لانتقال الحرارة لتوظيفه حسب التطبيق إذا كان الهدف هو عملية عزل حراري أو عملية تبريد.

المصادر

1-Kuehn,T.H. and Goldstin, R. J. “An Experimental And Theoretical Study Of Natural Convection In The Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders”, J. Fluid Mech. (1976), Vol. 74, Part 4,Pp.695-719.

2-Charrir-Mojtabi, M. C., Mojtabi, A. and Caitagirone, J. P. “Numerical Solution Of A Flow Due To Natural Convection In Horizontal Cylindrical Annulus” J. Heat Transfer, Feb. (1979), Vol. 101, Pp.171-173.

3-Faruak, B. and Guceri, S. I. “Laminar And Turbulent Natural Convection In The Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders”, J. Heat Transfer, Nov. (1982), Vol. 104, Pp. 631-636

4-Kuehn,T.H. and Goldstin, R. J. “An Experimental Study Of Natural Convection Heat Transfer In Concentric And Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli” J. Heat Transfer, Nov. (1978), Vol. 100, Pp. 635-640.

5-Cho, C. H., Chang, K. S. and Park, K. H. “Numerical Simulation Of Natural Convection In Concentric And Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli” J. Heat Transfer, Nov. (1982), Vol. 104, Pp. 624-630.

6-Prusa, J. and Yao, L. S. “Natural Convection Heat Transfer Between Eccentric Horizontal Cylinders” J. Heat Transfer, Feb. (1983), Vol. 105, Pp. 108-115.

7-Guj, G. and Stella, F. “Natural Convection In Horizontal Eccentric Annuli: Numerical Study” Numer. Heat Transfer, 27, (1995), Pp89-105.

8-Naylor, D., Badr, H. M. and Tarasuk, J. D. “Experimental And Numerical Study Of Natural Convection Between Two Eccentric Tubes” Int. J. Heat Mass Transfer, (1989), No.1, Vol. 32, Pp. 171-181.

9-Tsui, Y. T. and Tremblay, B. “On Transient Natural Convection Heat Transfer In The Annulus Between Concentric Horizontal Cylinders With

Isothermal Surfaces” Int. J. Heat &Mass Transfer, (1984), No.1, Vol. 27, Pp. 103-111.

10-Shu, C., Xue, H. and Zhu, Y. D. “Numerical Study Of Natural Convection In An Eccentric Annulus Between A Square Outer Cylinder And A Circular Inner Cylinder Using DQ Method” Int. J. Heat Mass Transfer, (2001), No.44, Pp.3321-3333.

11-النداوي، عبد السلام داود "إيجاد توزيع اجهادات القص على أسطح اسطوانتين داخليتين محاطتين باسطوانة ثالثة خارجية نتيجة لحركة المائع المحصور بين أسطح الاسطوانات الثلاث بتأثير الحمل الطبيعي" المجلة العلمية لجامعة تكريت/ قطاع العلوم الهندسية، عدد1، المجلد1 (1994) ص25 -40.

12- Robert, W. Hornbeck, “Numerical Marching Techniques For Fluid Flows With Heat Transfer”,NASA, (1973).

13-Fletcher, C. A. J. and Srinivas, K. “Computational Techniques For Fluid Mechanics 2” Springier series in Computational Physics, Springier-Verlag Berlin Heidelberg, (1988).

14-Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W. “Numerical Grid Generation” North-Holland, Amsterdam, (1985).

15-Filipiak, M. “Mesh Generation” Edinburgh Parallel Computing Center, The University of Edinburgh, (1996).

16-Broughton, R. C. & Oliver, A. J. “A Numerical Model For Convection In Complex Two-Dimensional Geometrices And Its Application To Buoyancy Flow In Power Cable” ,Int. Heat Transfer Conference Vol.2 Pp. 447-451, 1986.

الرموز

الرمز	المعنى
D	قطر الاسطوانة الخارجية
d	قطر اسطوانة داخلية
g	التعجيل الأرضي
h	معامل انتقال الحرارة الحملي
J	جاكوبيا
K	معامل انتقال الحرارة التوصيلي
Nu	عدد نسلت
$\overline{Nu}$	معدل عدد نسلت
P	الضغط
Pr	عدد برانتل
R	نصف قطر اللابعدي
r	نصف قطر
Ra	عدد رالي
T	درجة الحرارة
t	الزمن
U,V	السرعة اللابعدية الأفقية والعمودية
u,v	السرعة الأفقية والعمودية
X,Y	الإحداثيات الكارتيزية اللابعدية
x,y	الإحداثيات الكارتيزية
Ω	الدوامية اللابعدية
ω	الدوامية
Ψ	دالة الانسياب اللابعدي
ψ	دالة الانسياب
α	الانتشارية الحرارية

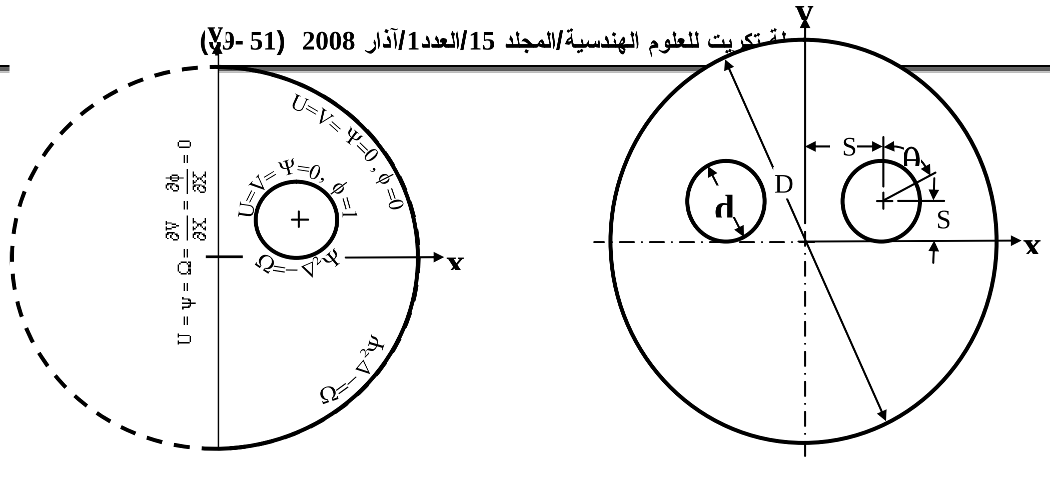
الرمز	المعنى
β	معامل التمدد الحراري
ϕ	درجة الحرارة اللابعدي
μ	اللزوجة المطلقة
الرمز	**المعنى**
υ	اللزوجة الكينماتية
θ	الزاوية مع الخط الشاقولي
ρ	الكثافة
σ,δ,γ	معـــاملات التحويـــل للاحـــداثيات العامة
τ	الزمن اللابعدي
ζ,η	الاحداثيات العامة
الرموز التحتية	
I	الداخلي
O	الخارجي

جدو (1) القيم العظمى لدالة الانسياب (ψ_{max}) للدوامة الموجبة ($-\psi_{max}$) للدوامة السالبة

Ra	Sx=1.25d			Sy=0		
	Sy	$-\psi_{max}$	ψ_{max}	Sx	$-\psi_{max}$	ψ_{max}
1,000	**0.5d**	**-1.963532**	**3.357809**	**1.00d**	**-2.988303**	**5.065611**
	0	**-2.155811**	**5.463709**	**1.25d**	**-2.155811**	**5.463709**
	-0.5d	**-2.979427**	**7.002509**	**1.50d**	**-1.856994**	**5.623934**
5,000	**0.5d**	**-5.112551**	**12.42240**	**1.00d**	**-8.693101**	**15.46393**
	0	**-6.817806**	**16.75322**	**1.25d**	**-6.817806**	**16.75322**
	-0.5d	**-8.829745**	**19.69319**	**1.50d**	**-5.879705**	**17.23336**
10,000	**0.5d**	**-7.756414**	**18,46270**	**1.00d**	**-12.79976**	**23.03387**
	0	**-10.34823**	**23.84492**	**1.25d**	**-10.34823**	**23.84492**
	-0.5d	**-14.05971**	**26.99860**	**1.50d**	**-8.722836**	**24.04020**
25,000	**0.5d**	**-12.01833**	**28,80583**	**1.00d**	**-19.08534**	**40.01965**

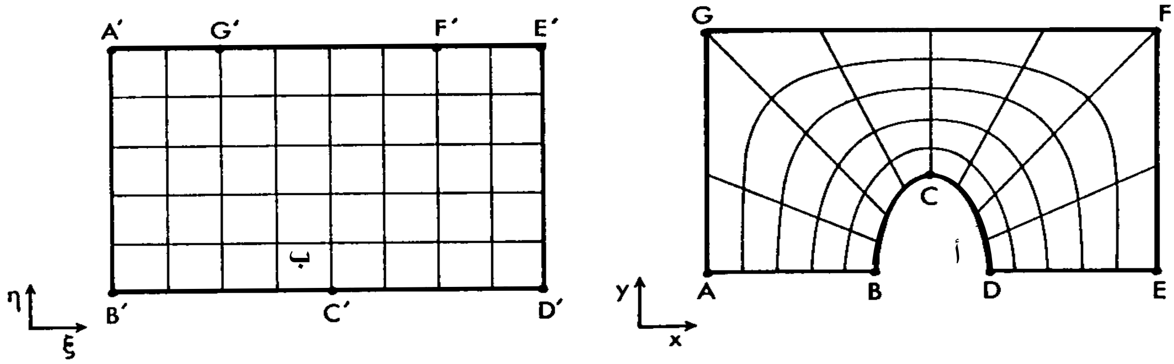
	0	-17.54371	37.33537	1.25d	-17.54371	37.33537
	-0.5d	-19.6167	68.32435	1.50d	-12.71377	35.43256

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -79)

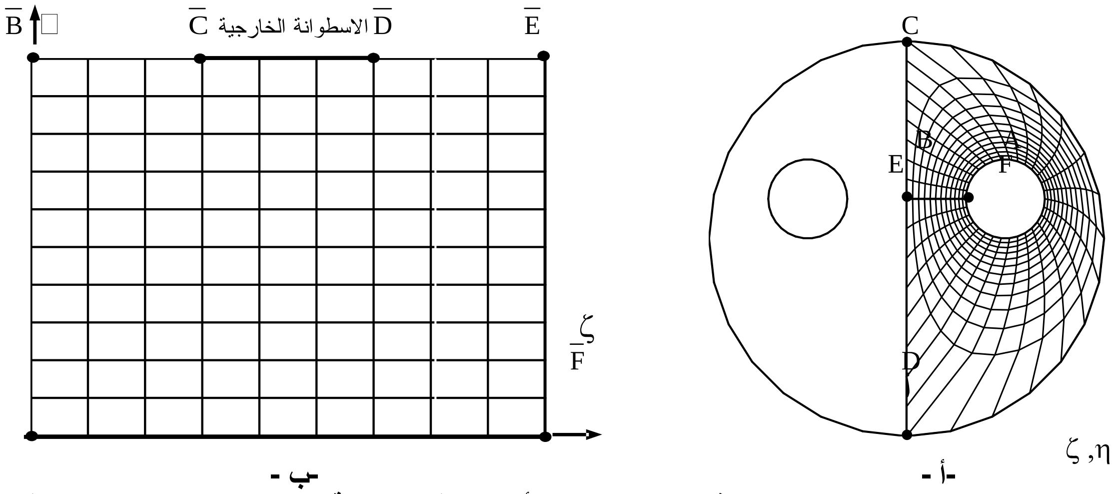


ب أ

شكل(1):(أ) إحداثيات الشكل الهندسي المستخدم في البحث الحالي (ب): الجزء المستخدم في الحل والشروط الحدودية



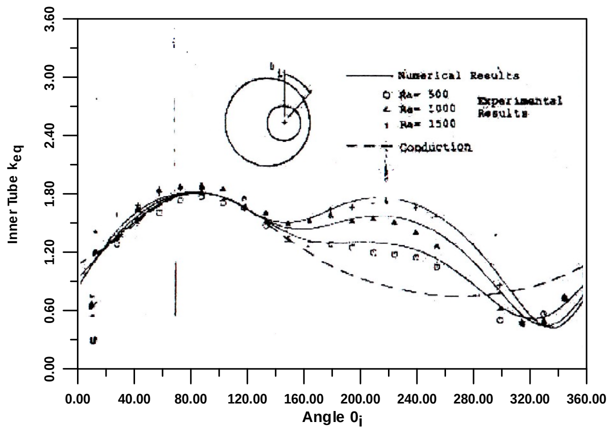
شكل(2): (أ) احداثيات(x,y)و(ζ,η) للشكل الهندسي (ABCDEFGA) (ب)الشكل الهندسي في المجال الحسابي للاحداثيات (ζ ,η)



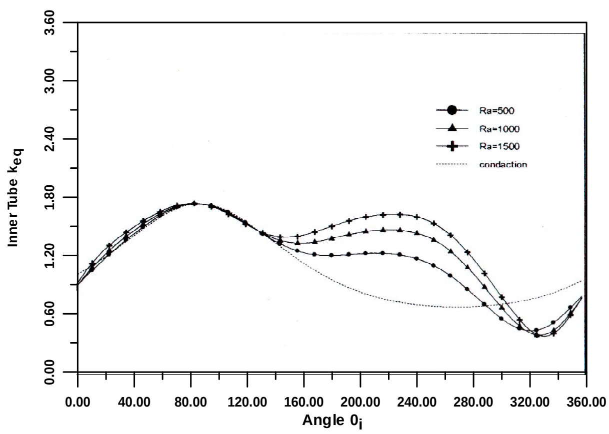
-ب - -أ -

شكل(3): الشكل الهندسي المستخدم في البحث الحالي (أ) الاحداثيات العامة (ب) المجال الحسابي للاحداثيات (ζ,η)

مجلة تكريت للعلوم الهندسية/المجلد 15/العدد1/آذار 2008 (51 -69)

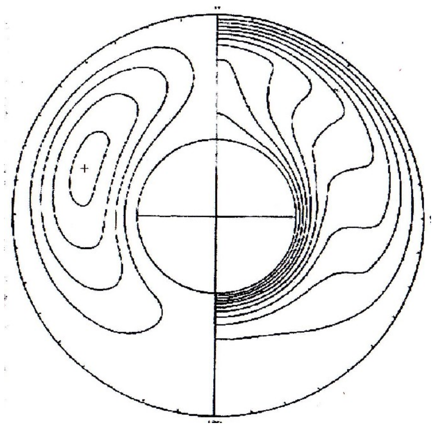


أ



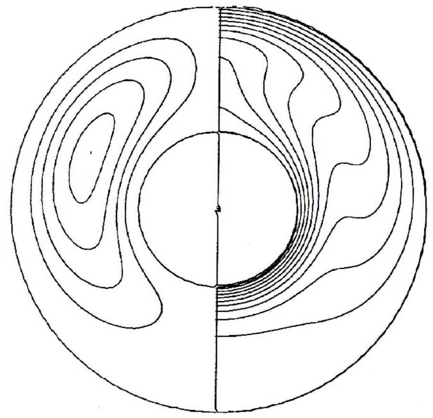
ب

شكل (4): التوزيع الموضعي للموصلية المكافئة k_{eq} لاسطوانتين غير متمركزتين (أ) نتائج المصدر [8] (ب) نتائج البحث الحالي



ψ ϕ

أ



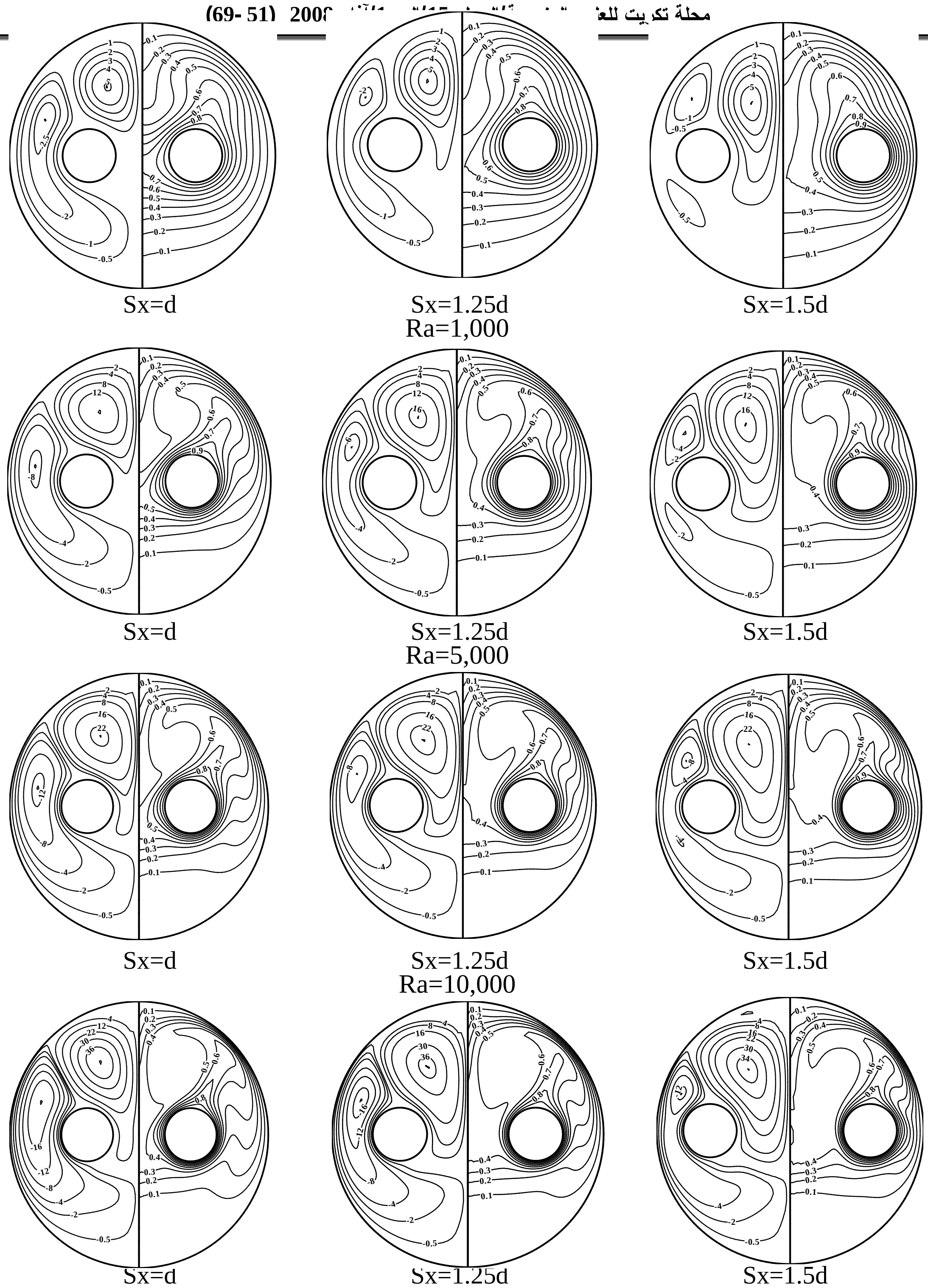
ψ ϕ

ب

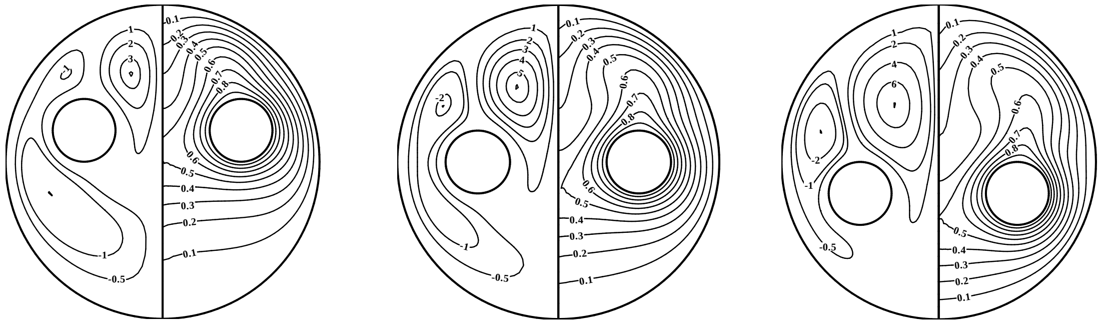
شكل(5): خطوط ثبوت درجة الحرارة وخطوط الانسياب

(أ) نتائج المصدر [1] (ب) نتائج البحث الحالي

محلة تكريت للع ... 2008 (51 -69)

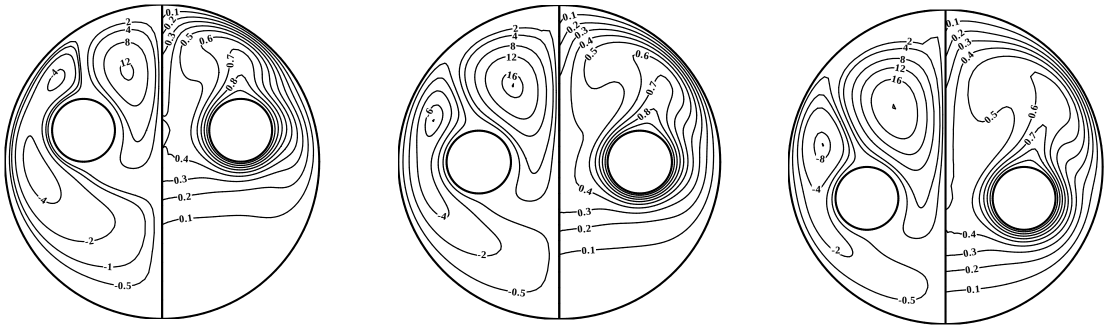


شكل(6): خطوط ثبوت درجة الحرارة (الجزء الايمن) وخطوط ثبوت دالة الانسياب (الجزء الايسر) عند (Sy=0)



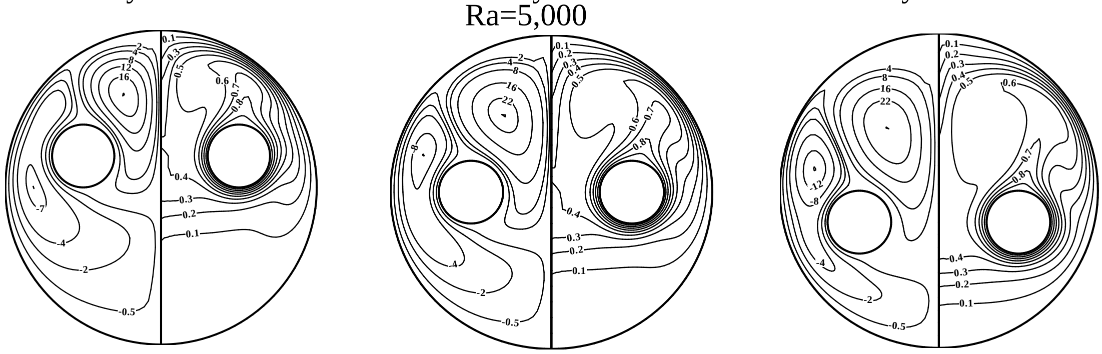
Sy=0.5d Sy=0 Sy=-0.5d

Ra=1,000



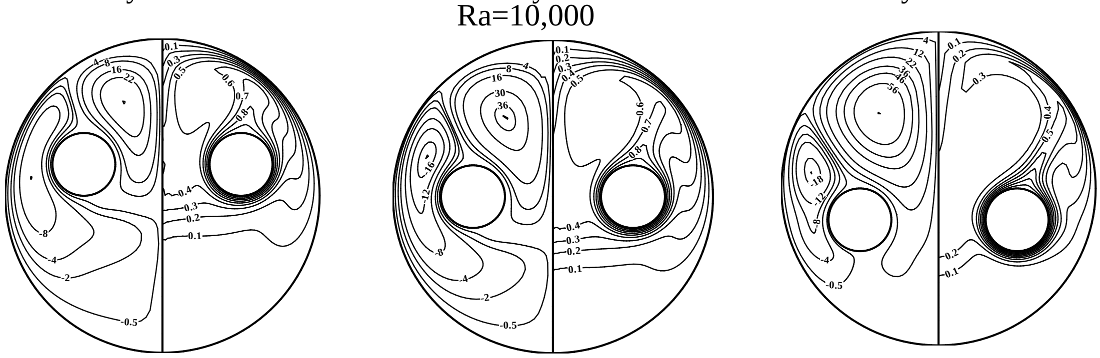
Sy=0.5d Sy=0 Sy=-0.5d

Ra=5,000



Sy=0.5d Sy=0 Sy=-0.5d

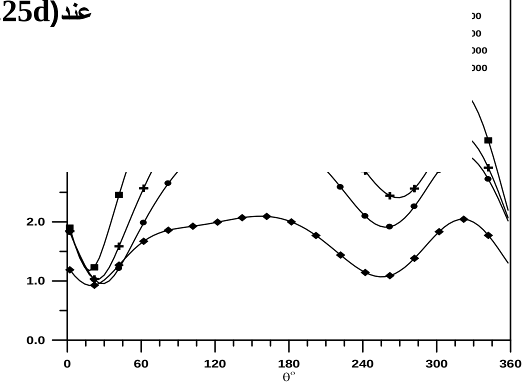
Ra=10,000



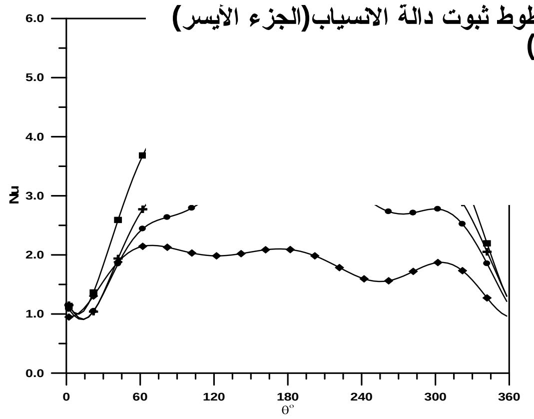
Sy=0.5d Sy=0 Sy=-0.5d

Ra=25,000

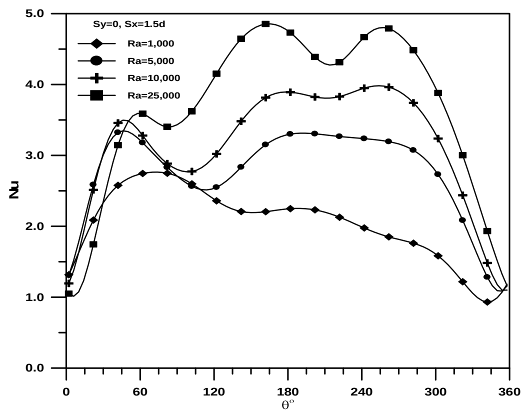
شكل(7): خطوط ثبوت درجة الحرارة(الجزء الأيمن) وخطوط ثبوت دالة الانسياب(الجزء الأيسر) عند(Sx=1.25d)



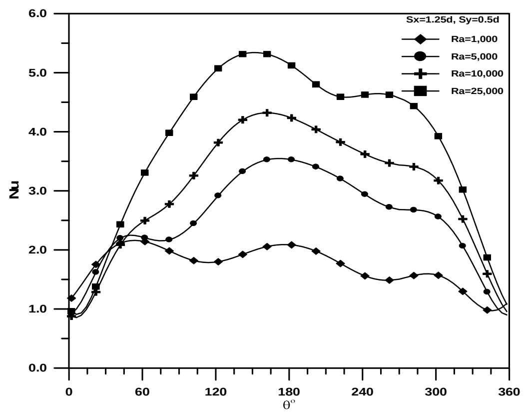
شك (8): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند (Sx=d)



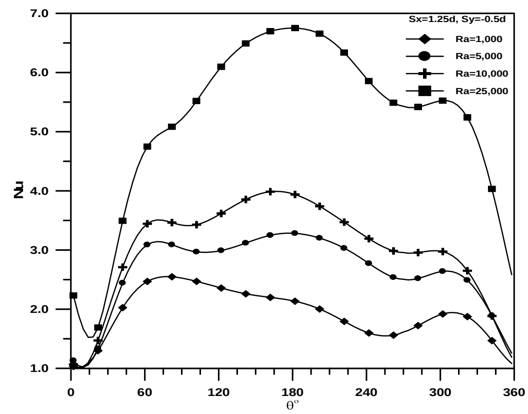
شكل(9): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند (Sx=1.25d)



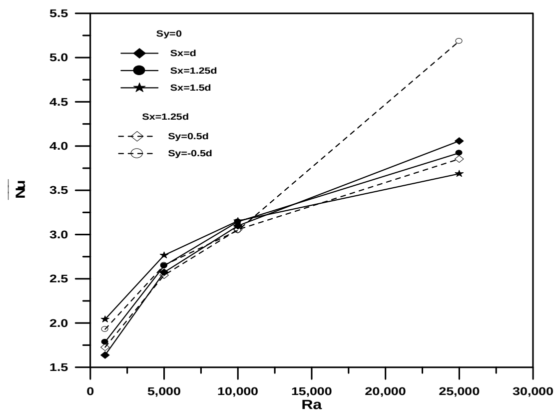
شكل(10): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند (Sx=1.5d)



شكل(11): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند (Sy=0.5d)



شكل(12): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة



شكل(13): تغير معدل عدد نسلت على الاسطوانة الداخلية مع

NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION FROM TWO PARALLEL HORIZONTAL CYLINDERS ENCLOSED BY CIRCULAR CYLINDER

Mahmoud H. Ali
Assistant Lecturer
Mechanical Eng. Dept.-Tikrit University

ABSTRACT

In this paper, numerical solution is presented for the steady state, two dimensional natural convection heat transfer from two parallel horizontal cylinders enclosed by circular cylinder. The inner cylinders are heated and maintained at constant surface temperature, while the outer cylinder is cooled at constant surface temperature. Boundary fitted coordinate system is used to solve governing equations. The vorticity-stream function and energy equations is solved using explicit finite deference method and stream function equation solved by successive iteration method. (20)Deferent cases are studied cover rang of Rayleigh number from (1,000) to (25,000) based on the inner cylinder diameter. These cases study the effect of the varying inner cylinders position horizontally and vertically within outer cylinder on the heat transfer and buoyancy that causes the flow. Outputs are displayed in terms of streamline, isothermal contours and local and average Nusselt number. The results showed that the position of the inner cylinders highly affects the heat transfer and flow movements in the gap. At low Rayleigh numbers the average Nusselt number increases with increase of horizontal distance between inner cylinders but the state is reversed at high Rayleigh numbers, while the average Nusselt number is increases with inner cylinder moving down at all Rayleigh numbers. The optimal position of inner cylinders for maximum and minimum heat transfer is located at each Rayleigh number so can be employed in isolation process or cooling process.

KEY WORDS: Natural convection, Horizontal cylinders, numerical analysis